

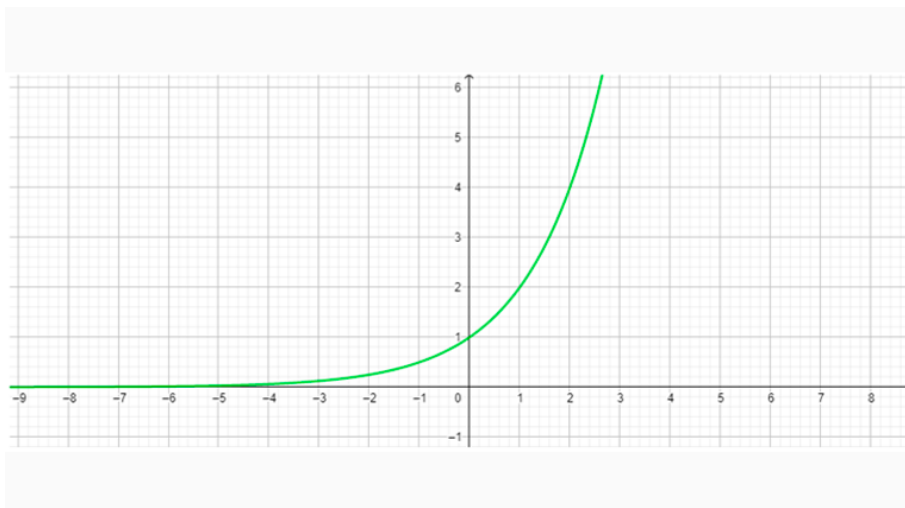
EDUCACIÓN SECUNDARIA / CICLO ORIENTADO

Curso: 5.º y 6.º año

Área: Matemática

Materia: Matemática

Fenómenos que cambian muy rápido. Lo exponencial (Parte I)



:: Presentación

Las situaciones de variación continua como la cantidad de individuos de una población (de personas, animales y vegetales), el crecimiento de un monto de dinero depositado a plazo fijo y el decrecimiento continuo de sustancias químicas se describen mediante un tipo particular de funciones.

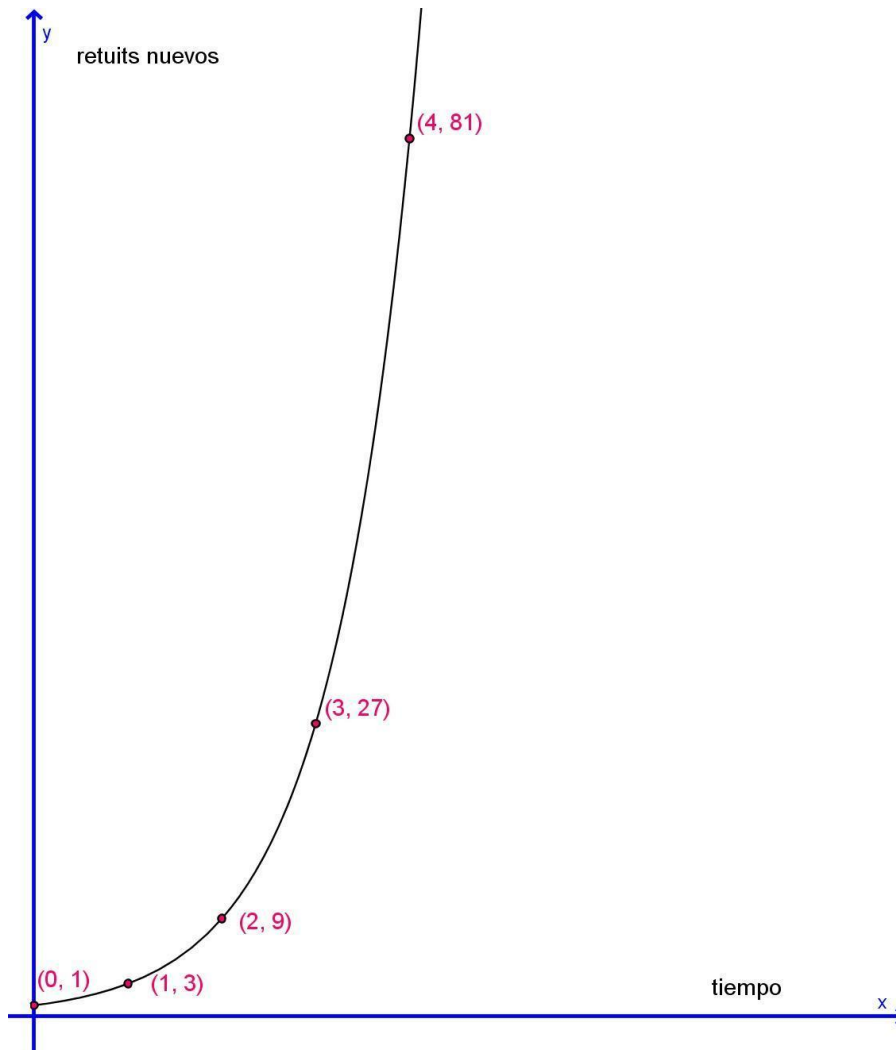
Los invitamos a realizar las distintas actividades de esta propuesta para iniciar el estudio de esas funciones que explican situaciones de cambio muy rápido y de manera continua, cuando las condiciones son siempre igualmente favorables o desfavorables.

:: Parada 1. Furor en las redes

En las redes sociales se comparte información a través de videos, audios, imágenes, etc. A veces, esta información se difunde tan rápidamente que se vuelve viral. Estos procesos de viralización en las redes sociales se pueden explicar mediante funciones. Para escribir las fórmulas de estas funciones, se analiza la información expresada en gráficos y tablas. Comencemos a estudiar las funciones que explican los procesos de viralización.

ACTIVIDAD 1 | Botella *challenge*

La botella challenge es un reto que consiste en lanzar una botella de plástico con un poco de agua de tal forma que gire en el aire y caiga parada en el suelo o sobre una superficie plana. Este reto surgió el 24 de mayo de 2016 cuando Mike Senatore, un alumno de Carolina del Norte (Estados Unidos), lo presentó en un concurso de talentos de su escuela. Un compañero de Mike filmó su presentación y la compartió por Twitter a modo de desafío. El siguiente gráfico muestra la cantidad de retuits nuevos en los primeros 4 minutos.



1. **Respondan** las siguientes preguntas teniendo en cuenta la representación gráfica:

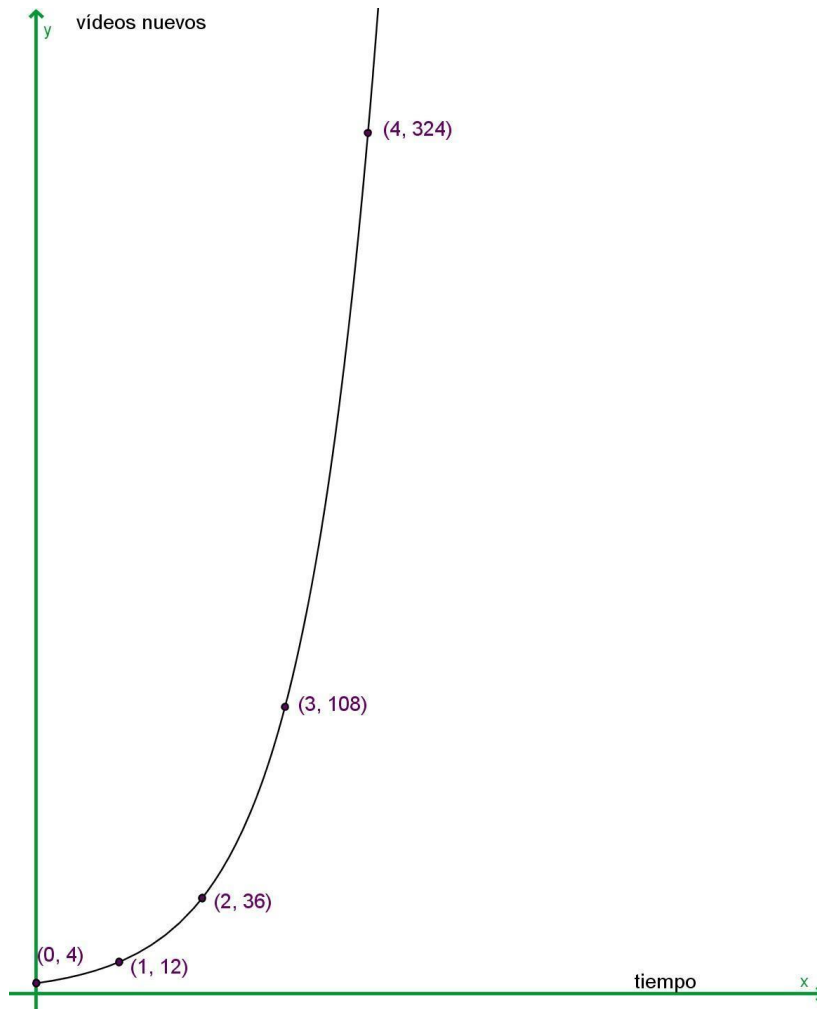
- ¿Cuáles son las variables que se relacionan? ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?
- ¿Qué representan los distintos pares ordenados?
- A medida que aumentan los valores de la variable independiente, ¿cómo se modifican los valores de la variable dependiente?

2. **Construyan** una tabla que muestre la cantidad de retuits nuevos desde el inicio hasta el minuto 10, sabiendo que la filmación se siguió compartiendo al mismo ritmo.

3. **Escriban** la fórmula que permita expresar la cantidad de retuits nuevos en función del tiempo (medido en minutos), suponiendo que la filmación se sigue compartiendo en Twitter al mismo ritmo.

ACTIVIDAD 2 | El reto de la botella de agua en Argentina

El reto de la botella de agua llegó a la Argentina el 1 de agosto del 2016. El siguiente gráfico muestra la cantidad de videos nuevos que se subieron a las redes en nuestro país, en las primeras 4 semanas de agosto.



1. **Construyan** una tabla que muestre la cantidad de videos nuevos en la Argentina desde la primera semana de agosto hasta la semana 7 (mediados de septiembre de 2016). Tengan en cuenta la información de la representación gráfica, y que los videos nuevos se siguieron subiendo al mismo ritmo.

2. **Escriban** la fórmula que muestra la relación representada en la tabla construida anteriormente.

ACTIVIDAD 3 | Para hablar con el compañero

Les proponemos que **compartan** con un/a compañero/a las tablas que construyeron y las fórmulas que escribieron en las actividades “Botella *challenge*” y “El reto de la botella de agua en Argentina”. Compárenlas y analicen si son adecuadas o las deben modificar.

1. **Escriban** en su cuaderno o carpeta las tablas y las fórmulas que han acordado con su compañero/a. Pueden comunicarse a través de WhatsApp, llamada, chat o por algún otro medio.

El/la profesor/a les indicará dónde entregarán o compartirán la actividad resuelta.



Importante

Las funciones que describen las dos situaciones anteriores son **funciones exponenciales**.

Recuerden que una función es una relación entre dos variables, en la que a cada valor de la primera variable independiente x le corresponde un único valor de la segunda variable dependiente y .

Las fórmulas que escribieron son casos particulares de la función exponencial, que se expresa en forma general de la siguiente manera:

$$y = k \cdot a^x$$

Coeficiente ←

→ Base. Es un número real positivo distinto de 1

x es la variable independiente

y es la variable dependiente

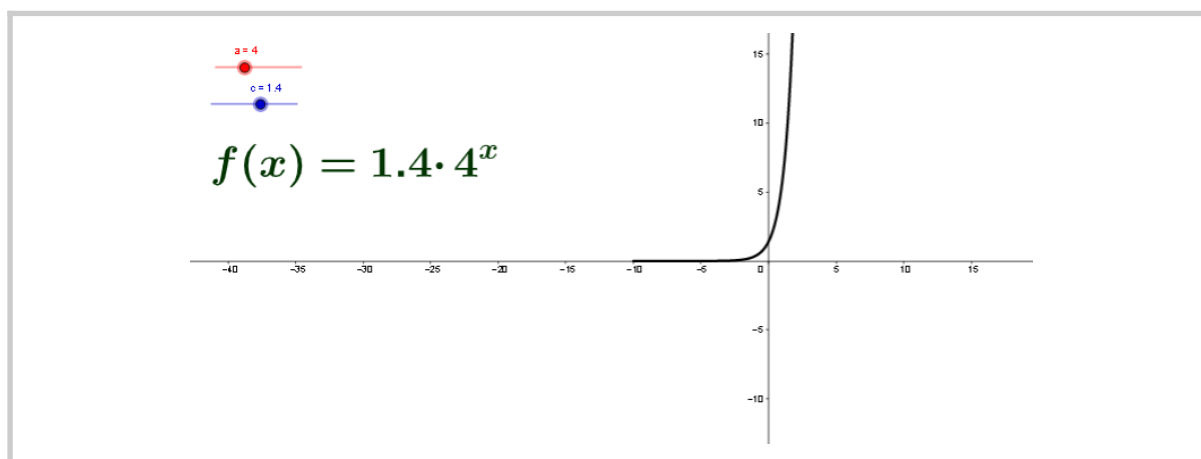
Por ejemplo, en la fórmula de la situación “Botella *challenge*”, la base **a** es 3 y el coeficiente **k** es 1. Y en la fórmula de la situación “El reto de la botella de agua en Argentina”, la base **a** también es 3 y el coeficiente **k** es 4.

- El nombre de **función exponencial** proviene de la causa de que la **variable independiente x** figura en el **exponente**.
- Estas funciones están definidas para todo número real, es decir que su dominio son números reales. En las situaciones anteriores de “Botella *challenge*” (situación 1) y “El reto de la botella de agua en Argentina” (situación 2), el dominio son los números reales mayores que 0.
- La gráfica de la función exponencial corta al eje de las ordenadas (eje **y**) en el punto que corresponde al par ordenado **(0 ; k)**.

En la situación 1, pueden observar que en el punto (0 ; 1) la gráfica de la función corta al eje de las ordenadas (eje **y**). Mientras que en la situación 2, la gráfica de la función corta al eje **y** en el punto (0 ; 4), pues $k = 4$.

ACTIVIDAD 4 | Para observar y analizar

1. **Ingresen** a la siguiente **página** en la que pueden visualizar cómo se modifica la gráfica de la función exponencial $y = k \cdot a^x$ cuando la base **a** toma valores mayores que 1 y el coeficiente **k** toma valores reales. **Aclaraciones:** En esta página, el coeficiente **k** se nombra con la letra **c**. La coma decimal se escribe con un punto; no lo confundan con el punto que expresa la multiplicación de **k** con a^x .



<https://www.geogebra.org/m/Aw9mjkD5>

2. **Exploren** la función exponencial moviendo los deslizadores “a” y “c” que cambian el valor de la base **a** y del coeficiente **k**, respectivamente. Luego, **respondan**:

- ¿Qué gráfica se obtiene cuando el valor de **a = 1**? ¿A qué función corresponde?
- Para la base **a = 2**, ¿qué valores tiene que tomar el coeficiente **k** (corresponde al deslizador “c”) para que la función sea creciente? ¿Y para que sea decreciente? **Recuerden**: Una **función** es **creciente** si a medida que aumentan los valores de la variable independiente, aumentan los valores de la variable dependiente. Una **función** es **decreciente** si a medida que aumentan los valores de la variable independiente, disminuyen los valores de la variable dependiente.
- Para otros valores de la base **a ≠ 2**, ¿qué característica tiene la gráfica cuando varía el coeficiente **k** (corresponde al deslizador “c”)? **Expliquen** su respuesta.
- ¿Qué valores tiene que tomar el coeficiente **k** (corresponde al deslizador “c”) para que la gráfica de la función corte la parte positiva del eje **y**?
- ¿Qué valores tiene que tomar el coeficiente **k** (corresponde al deslizador “c”) para que la gráfica de la función corte la parte negativa del eje **y**?
- Para el coeficiente **k = 1** y la base **a > 1**. ¿Qué ocurre con los valores de **y** (variable dependiente) a medida que **x** (variable independiente) toma valores cada vez más pequeños (negativos)?
- Para otros valores del coeficiente **k** y base **a > 1**, ¿ocurre lo mismo que lo observado en el ítem f?

El/la profesor/a les indicará dónde entregarán o compartirán la actividad resuelta.



Importante

Los gráficos de las funciones exponenciales de la forma $y = k \cdot a^x$ con $a > 1$ tienen características comunes:

- Son de trazo continuo.
- Cortan al eje **y** en el punto de coordenadas **(0 ; k)**.
- Son crecientes cuando **k > 0**.
- Son decrecientes cuando **k < 0**.

No cortan al eje x . Cuando los valores de x son cada vez más pequeños, es decir, tienden a menos infinito (en símbolos $x \rightarrow -\infty$), los correspondientes valores de y se acercan a cero, pero no alcanzan nunca ese valor.

:: Parada 2. Más sobre fórmulas y gráficos de funciones exponenciales

Hasta el momento han aprendido sobre algunas situaciones que se explican a través de las funciones exponenciales. Han comenzado con el estudio de su fórmula $y = k \cdot a^x$ y su gráfica, cuando **a es mayor que 1** y el coeficiente **k es un número real**. En las siguientes actividades, avanzarán en el análisis de las funciones exponenciales cuando la **base a toma valores entre 0 y 1**.

¡Comencemos!

ACTIVIDAD 1 | Fin del reto viral de la botella de agua en Argentina

A mediados de noviembre de 2016, se registró en Argentina la mayor cantidad de videos nuevos realizando el reto de la botella de agua. El 3 de diciembre se subieron a la red 10.000 videos nuevos. A partir de esa fecha, el interés por este reto comenzó a declinar de manera exponencial. La siguiente tabla muestra la cantidad de videos nuevos desde esa fecha:

Tiempo (días)	Cantidad de videos nuevos
0	10.000
1	9.000
2	8.100
3	7.290
4	
5	

Respondan las siguientes preguntas teniendo en cuenta la información de la tabla:

- ¿Cuáles son las variables que se relacionan? ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?
- ¿Qué tipo de decrecimiento es el que se muestra en la tabla?
- ¿Cuál es la cantidad de videos nuevos en el día 4? ¿Y en el día 5? **Completen** la tabla con esos valores y **expliquen** cómo lo pensaron.
- ¿Cuál es el valor de **y** para **x** = 0? ¿Qué representa ese valor en la fórmula de la función exponencial?
- ¿Cuál es la fórmula que permite calcular la cantidad de videos nuevos en función del tiempo (medido en días), suponiendo que el decrecimiento se mantiene al mismo ritmo?
- Con la fórmula, ¿es posible anticipar en qué tiempo se dejarán de subir videos nuevos a la red? **Expliquen** su respuesta.

ACTIVIDAD 2 | Para trabajar con el compañero

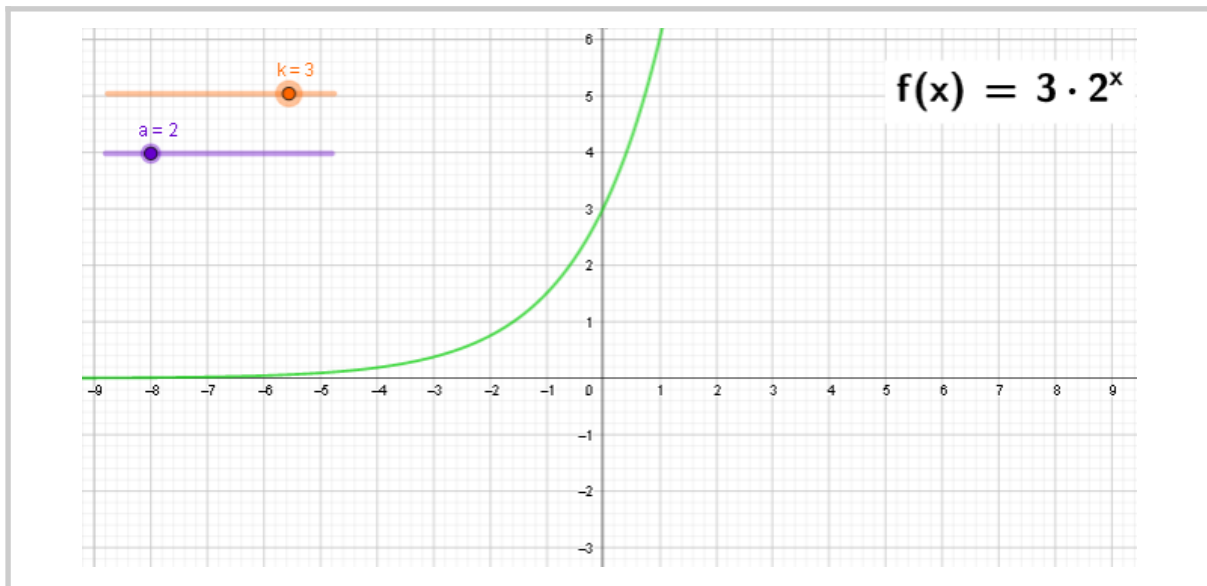
Les proponemos que **compartan** con un/a compañero/a la tabla que completaron y la fórmula que escribieron en la actividad “Fin del reto viral de la botella de agua en Argentina”. Compárenlas y analicen si son adecuadas o las deben modificar.

1. **Escriban** en su cuaderno o carpeta la tabla y la fórmula que han acordado con su compañero/a. Pueden comunicarse a través de WhatsApp, llamada, chat o por algún otro medio.

2. **Representen** en un sistema de coordenadas cartesianas la función expresada en la tabla anterior y en la fórmula que encontraron. Para realizar la representación, pueden usar lápiz y papel o el programa GeoGebra.

ACTIVIDAD 3 | Para observar y analizar gráficas de las funciones exponenciales

1. **Ingresen** a la siguiente **página** en la que pueden visualizar cómo se modifica la gráfica de la función exponencial $y = k \cdot a^x$ cuando la base a y el coeficiente k toman distintos valores. (**Aclaración:** En el caso de que vean parte de la fórmula de la función, ubiquen el cursor sobre ella y desplacen hacia la izquierda).



<https://www.geogebra.org/m/pqqnsez4>

2. **Lean** las respuestas que escribieron en la actividad “Para observar y analizar” y el segundo texto “Importante” de la parada 1, y **exploren** qué ocurre con las gráficas de las funciones exponenciales:

- cuando la base a toma valores entre 0 y 1 ($0 < a < 1$) y el coeficiente k es positivo.
- cuando la base a toma valores entre 0 y 1 ($0 < a < 1$) y el coeficiente k es negativo.

Escriban lo observado.

3. Consideren el coeficiente $k = 1$ y la base a entre 0 y 1 ($0 < a < 1$). **Respondan:** ¿Qué ocurre con los valores de y (variable dependiente) a medida que x (variable independiente) toma valores cada vez más grandes (positivos)?

4. Ahora, **exploren** si para otros valores del coeficiente k ocurre lo mismo que lo observado en el ítem 3. **Escriban** lo observado.

El/la profesor/a les indicará dónde entregarán o compartirán la actividad resuelta.



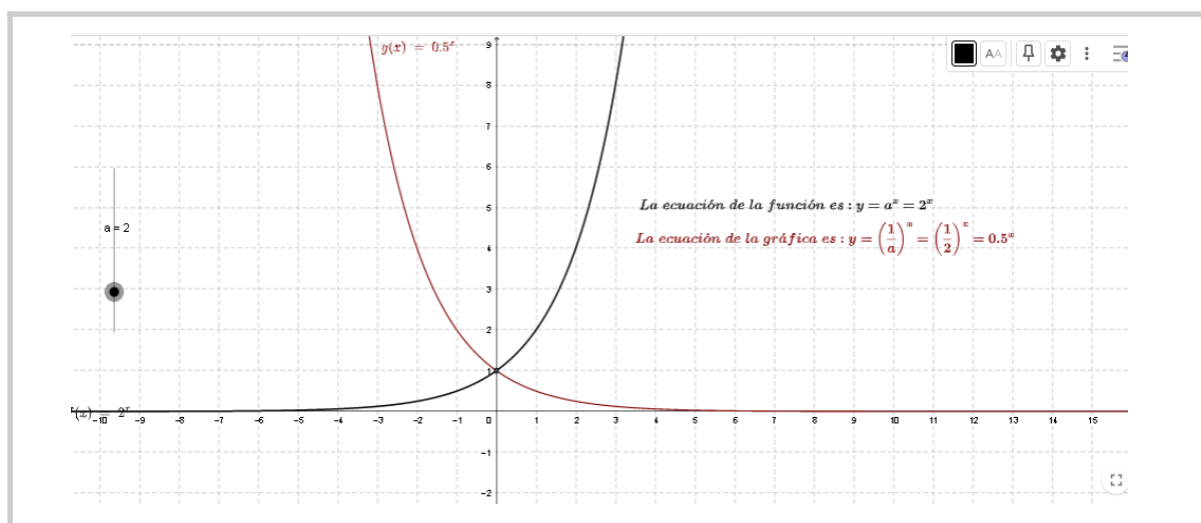
Importante

Los gráficos de las funciones exponenciales de la forma $y = k \cdot a^x$ con $0 < a < 1$ tienen características comunes:

- Son de trazo continuo.
- Cortan al eje y en el punto de coordenadas $(0 ; k)$.
- Son decrecientes cuando $k > 0$.
- Son crecientes cuando $k < 0$.
- No cortan al eje x . Cuando los valores de x son cada vez más grandes, es decir, tienden a infinito (en símbolos $x \rightarrow + \infty$), los correspondientes valores de y se acercan a cero, pero no alcanzan nunca ese valor.

ACTIVIDAD 4 | Otra característica de las funciones exponenciales

1. **Ingresen** a la siguiente **página** en la que pueden visualizar cómo se modifica la gráfica de la función exponencial cuando la base a toma diferentes valores.



<https://www.geogebra.org/m/BZFjNRyA>

2. **Ubiquen** el deslizador en 2, como en la imagen anterior, y **respondan**:

- ¿Qué funciones exponenciales se representan gráficamente? Escriban sus fórmulas.
- ¿Qué similitudes y diferencias observan? **Escriban** un breve texto.

3. **Exploren** si para otros valores de la base **a** se observan las mismas similitudes y diferencias que en el ítem 2. **Escriban** una conclusión.

El/la profesor/a les indicará dónde entregarán o compartirán la actividad resuelta.



Importante

Las funciones $y = a^x$ e $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ con **a positivo y distinto de 1**, tienen gráficas simétricas respecto del eje de las ordenadas (eje **y**). ¿Qué significa esto? Que ambas funciones toman las mismas imágenes, pero lo hacen para valores opuestos de **x**.

:: Parada 3. ¡Para afianzar lo aprendido!

A lo largo de esta secuencia, han aprendido sobre la función exponencial: su representación en gráficos y fórmulas, y sus características según valores que toma la base **a** y el coeficiente **k**. Les proponemos que resuelvan las siguientes actividades para aplicar todo lo que han aprendido.

ACTIVIDAD 1| Presión atmosférica

La Puna Argentina es una meseta que se encuentra a una altura promedio de 4500 metros sobre el nivel del mar. Esta zona se extiende a lo largo de tres provincias de nuestro país: Catamarca, Salta y Jujuy. Muchas personas que viajan a la Puna Argentina se “apunan”, debido a la disminución de la presión atmosférica. ¿Qué es la presión atmosférica? Es la presión que ejerce la atmósfera sobre la superficie de la Tierra. La presión atmosférica se puede explicar de forma aproximada mediante esta función:

$$y = \left(\frac{9}{10}\right)^x$$

x (variable independiente) representa la altura sobre el nivel del mar, medida en miles de metros.

y (variable dependiente) representa la presión atmosférica, medida en atmósferas.

Respondan las siguientes preguntas y **expliquen** sus respuestas:

- ¿Cuál es la presión atmosférica aproximada en la Puna Argentina?
- La ciudad de Córdoba está a 670 metros sobre el nivel del mar. ¿Cuál es la diferencia de presión aproximada que siente una persona que viaja desde esta ciudad hasta la zona de la Puna Argentina?
- ¿A qué altura sobre el nivel del mar se ubica una ciudad en la cual la presión atmosférica es de 1 atmósfera?
- ¿Es posible que en alguna parte de la superficie terrestre la presión atmosférica sea 0 atmósfera?
- ¿Cuáles de los siguientes gráficos pueden corresponder a la función?

GRÁFICO 1

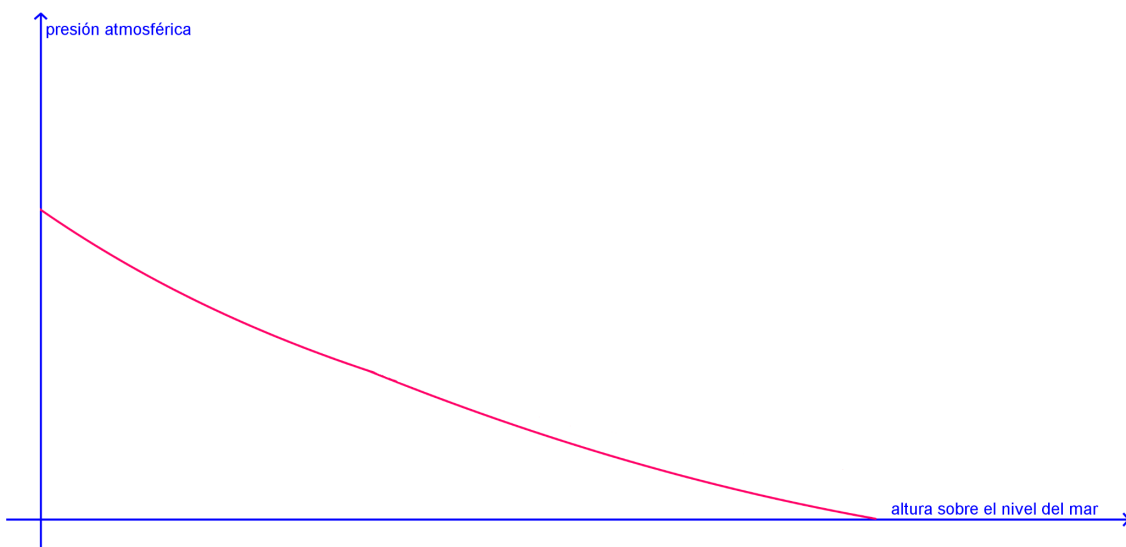


GRÁFICO 2

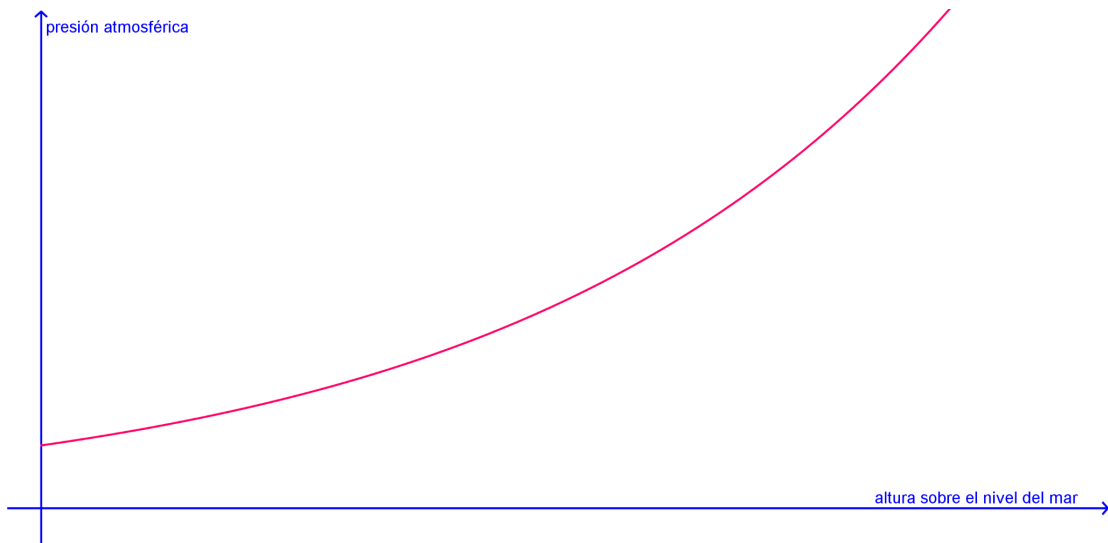


GRÁFICO 3

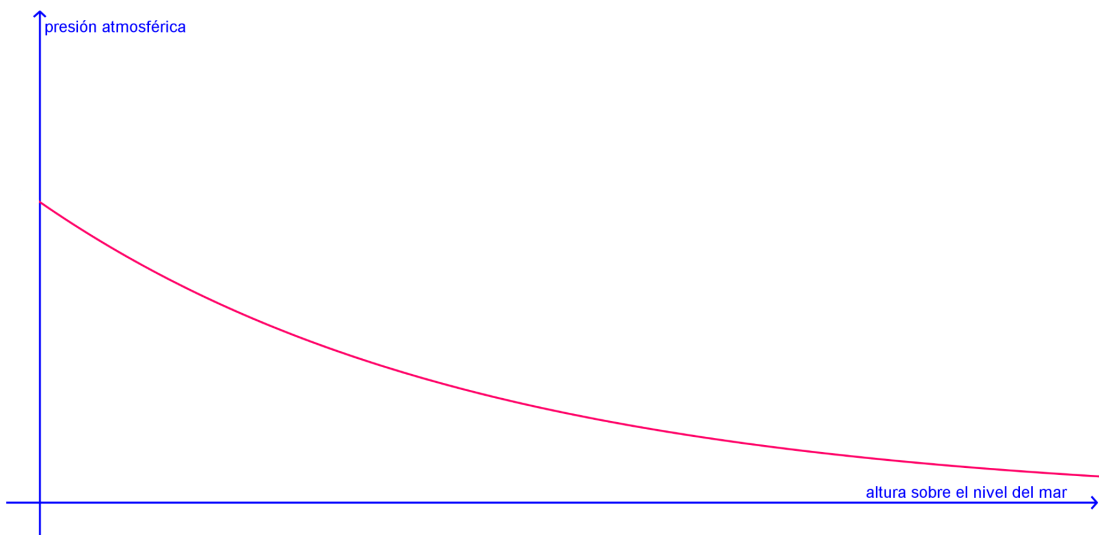
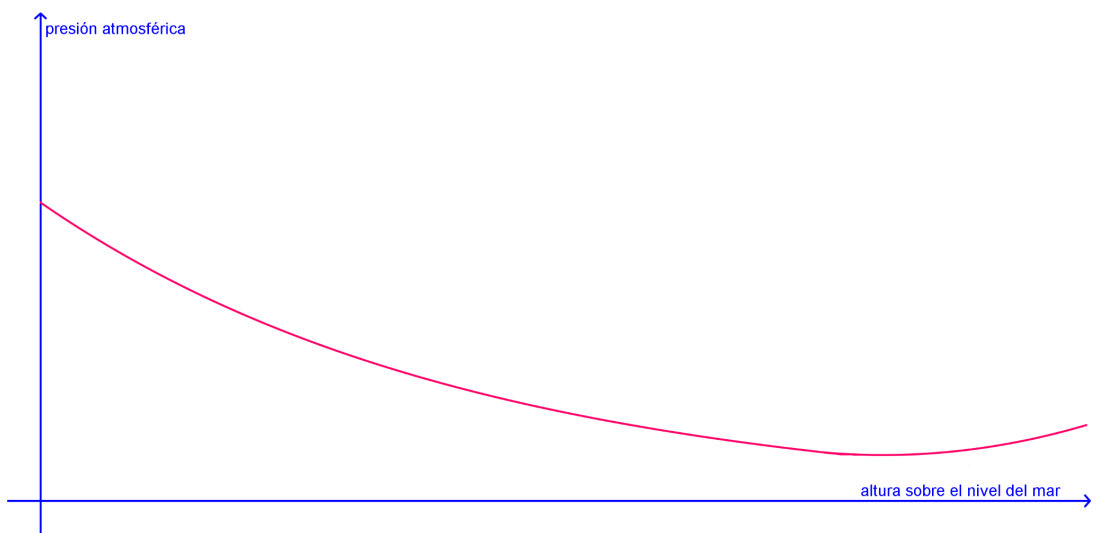


GRÁFICO 4



ACTIVIDAD 2 | Tablas que representan funciones

A continuación, les presentamos tres situaciones (**A**, **B** y **C**) con sus correspondientes tablas.

- **Indiquen** cuáles de las situaciones corresponden a funciones exponenciales. **Expliquen** por qué.
- **Escriban** la fórmula que representa cada situación.
- **Realicen** un gráfico aproximado de las situaciones que corresponden a funciones exponenciales.

Situación A

Una pareja quiere depositar \$20.000 en el banco Ahorros Seguros que ofrece una tasa de interés mensual del 3%.

Para ver cuánto dinero obtendrán al final de cada mes, usan el simulador en línea que ofrece el banco. Esta es la información que brinda el simulador:

Tiempo (en meses)	Dinero a (en \$)
1	20.600
2	21.218
3	21.854,54
4	22.510,18
5	23.185,49
6	23.881,05

Aclaración: Hay valores que han sido redondeados en los centésimos.

Situación B

Un grupo de científicos está probando la resistencia de un nuevo plástico. Con este material, han fabricado una barra de 2 cm de espesor por 4 m de largo. En una de las pruebas de resistencia, sobre la barra ligeramente inclinada, hacen rodar una pelotita de acero, dejándola caer desde la parte más alta. Los científicos han registrado en una tabla la distancia recorrida al pasar el tiempo.

Tiempo (en s)	Distancia recorrida (en cm)
1	10
2	40
3	90
4	160
5	250
6	360

Situación C

Un grupo de químicos está probando la disolución en agua de una nueva tintura orgánica sintética. Luego de varias pruebas, han determinado que la cantidad de tintura orgánica sin disolverse en el agua es el 80% de la cantidad registrada en el minuto anterior.

Colocaron 50 g de la nueva tintura orgánica en agua y registraron en una tabla la cantidad de tintura sin disolver al pasar el tiempo.

Tiempo (en min)	Tintura sin disolver (en g)
0	50
1	40
2	32
3	25,6
4	20,48
5	16,384

ACTIVIDAD 3 | Fórmulas que representan funciones

Consideren esta función $y = -2 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^x$.

1. **Escriban** qué modificarían de esa función para que:

- sea creciente;
- sea simétrica a la gráfica original con respecto al eje y .

2. Si creen que hay distintas modificaciones sobre la función original $y = -2 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^x$ para lo pedido en el ítem 1), **expliquen** cuáles son.

El/la profesor/a les indicará dónde entregarán o compartirán la actividad resuelta.

:: Referencias

Carpintero, C. (2014). *Matemática. La función exponencial, una secuencia posible*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Disponible en <https://www.educ.ar/recursos/157323/la-funcion-exponencial-una-secuencia-posible>

Cinto González, M. (s/f). Función exponencial. Disponible en <https://www.geogebra.org/m/pqqnsez4>

Flores, M. (s/f). Funciones exponenciales. Disponible en <https://www.geogebra.org/m/Aw9mjkD5>

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación. (2018). *Funciones exponenciales*. Serie Profundización NES. Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Disponible en https://www.buenosaires.gob.ar/sites/gcaba/files/fg_co_matematica_4_funciones_exponencial.pdf

González Curbelo, G. (s/f). Gráfica de la Función Exponencial. Disponible en <https://www.geogebra.org/m/BZFjNRyA>

ORIENTACIONES PARA LOS DOCENTES

En la secuencia **Fenómenos que cambian muy rápido. Lo exponencial (Parte I)**, se presentan actividades vinculadas con la interpretación de tablas, gráficos y fórmulas que representen funciones exponenciales. Se tuvo en cuenta el tipo de situaciones que se modelizan con funciones exponenciales, y los saberes previos que se requieren para iniciar la resolución de las actividades que favorezcan la construcción de los aprendizajes y contenidos asociados a estas funciones. A lo largo de esta secuencia, se propone el análisis y la elaboración de tablas y gráficos, la interpretación de fórmulas, como así también la vinculación entre estos diferentes registros de representación.

En la **parada 1**, se presentan dos situaciones referidas al contexto extramatemático de la viralización de videos en las redes sociales. En la actividad **Botella challenge**, los estudiantes tendrán que dar respuesta a diferentes interrogantes que orientan la lectura y el análisis de la información presentada en un gráfico, para luego escribir la fórmula de la función exponencial del tipo $y = a^x$ con $a > 1$ que permite expresar la cantidad de retuits nuevos en función del tiempo. En la siguiente actividad **El reto de la botella de agua en Argentina**, se presenta otra gráfica para que los estudiantes la analicen con la intencionalidad de que escriban la fórmula de una función exponencial del tipo $y = k \cdot a^x$ con $a > 1$. En la actividad **Para observar y analizar**, se plantea el uso de una página de GeoGebra con el fin de que los estudiantes exploren cómo se modifica la gráfica de la función para distintos valores de k y de a , siempre con $a > 1$. Se incluyen algunos interrogantes que llevan a los estudiantes a poner el foco en el crecimiento o decrecimiento de la función. Otras preguntas promueven el reconocimiento intuitivo de la asíntota horizontal. No se pretende institucionalizar el concepto de asíntota sino que los estudiantes puedan observar lo que sucede con la gráfica a medida que x disminuye, es decir, tiende a menos infinito ($x \rightarrow -\infty$).

En la **parada 2**, se propone avanzar en el estudio de las funciones exponenciales cuando la base a se encuentra entre **0 y 1**.

En la actividad **Fin del reto viral de la botella de agua en Argentina**, se presenta una tabla que muestra un decrecimiento exponencial. Se orienta a los estudiantes en la lectura y análisis de dicha tabla para la elaboración de una fórmula exponencial del tipo $y = k \cdot a^x$ con $0 < a < 1$. Se incluye una pregunta para continuar abordando de manera intuitiva la idea de asíntota horizontal.

En la actividad **Para observar y analizar gráficas de las funciones exponenciales**, se plantea el uso de otra página de GeoGebra para que los estudiantes exploren cómo se modifica la gráfica de la función para distintos valores de k y de a , siempre con $0 < a < 1$.

La actividad **Otra característica de las funciones exponenciales** permite a los estudiantes observar y analizar funciones exponenciales simétricas.

En la **parada 3**, los alumnos tendrán que utilizar lo aprendido en las paradas anteriores a través de tres actividades. En las dos primeras, se proponen situaciones del contexto extramatemático que se modelizan con funciones exponenciales. Algunos de esos contextos se mencionan en el texto de presentación de esta secuencia didáctica.

En la primera actividad **Presión atmosférica**, se solicita a los estudiantes usar la fórmula para calcular la presión atmosférica en diferentes lugares de nuestro país. Además, se les pide analizar el bosquejo de cuatro gráficos a fin de determinar cuál se corresponde con la fórmula de la función dada.

En la segunda actividad **Tablas que representan funciones**, se presentan tres situaciones con sus correspondientes tablas. Los estudiantes deberán analizar cuáles representan funciones exponenciales y esbozar un gráfico.

La tercera actividad **Fórmulas que representan funciones** tiene el propósito de que los estudiantes transformen los valores de los parámetros **a** y/o **k**, de modo que provoquen modificaciones sobre la gráfica de función original, en relación con el crecimiento y la simetría con respecto al eje **y**.

FICHA TÉCNICA:

Actividad: Fenómenos que cambian muy rápido. Lo exponencial (Parte I)

Nivel: Educación Secundaria

Salas/ grados/ años sugeridos: 5.º y 6.º año

Área/s: Matemática

Eje/s curricular/es: Álgebra y funciones

Objetivos:

- Caracterizar la variación exponencial a partir de la modelización de situaciones extramatemáticas mediante diferentes registros: tablas, gráficos y fórmulas.
- Interpretar el comportamiento de las funciones exponenciales a partir de sus parámetros.

Aprendizajes y contenidos:

- Análisis de comportamiento de las **funciones exponenciales** desde sus representaciones en gráficos y fórmulas (incluyendo interpretación y variación de parámetros).
- Utilización de las **funciones exponenciales como modelo matemático** para resolver problemas.

Coordinación: Flavia Ferro - Fabián Iglesias

Autoría: Ederd Picca - Laura Vélez

Diseño didáctico: Daniel Cavalletto

Corrección literaria: Cecilia Villafañe

Edición y diseño: Carolina Cena

Citación:

Equipo de Tu Escuela en Casa. (2021). *Fenómenos que cambian muy rápido. Lo exponencial (Parte I)* (quinto y sexto año). Córdoba: Dirección General de Desarrollo Curricular, Capacitación y Acompañamiento Institucional - Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba.

Este material está bajo una licencia Creative Commons (CC BY-NC-SA 4.0)

