

EDUCACIÓN SECUNDARIA / CICLO ORIENTADO

Año: 4.º

Área: Matemática

Materia: Matemática

Costos de envío a domicilio. Lo lineal (Parte II)



Fuente: Repartidor

:: Presentación

En esta secuencia, les proponemos distintas actividades para continuar con el estudio de funciones lineales $y = ax + b$. Avanzarán en la interpretación del significado de los parámetros a y b que caracterizan a estas funciones, mediante el análisis de tablas, gráficos y fórmulas.

¡Empecemos!

Secuencia desarrollada a cargo de la Dirección General de Desarrollo Curricular, Capacitación y Acompañamiento Institucional. Equipo Técnico de Matemática, Tecnología e Informática.

:: Parada 1. Virtualtec

Virtualtec es un negocio de telefonía y productos informáticos de Córdoba Capital. Esta empresa solo ofrece la posibilidad de venta *online*, por lo que el cliente debe abonar el costo de envío a domicilio. Los invitamos a conocer un poco más sobre esta empresa.

ACTIVIDAD 1 | Costos de envío

En su sitio web, Virtualtec ha publicado el siguiente anuncio:



Martín, uno de los dueños de Virtualtec, para agilizar la respuesta de cuánto se debe abonar, pregunta común entre sus clientes, decidió realizar la siguiente tabla que muestra el costo de envío a algunas localidades:

Localidad	Distancia a la ciudad de Córdoba en km	Costo de envío en \$
Monte Cristo	30	210
Río Ceballos	33	225
Carlos Paz	42	270
Río Segundo	46	
Despeñaderos	50	
Cosquín	56	
Sinsacate	60	360
Oncativo	82	
Santa Rosa de Río Primero	91	
Santa Rosa de Calamuchita	97	

a) Respondan las siguientes preguntas, en sus carpetas, teniendo en cuenta la información de la tabla. Expliquen en cada respuesta cómo lo pensaron.

- ¿Cuáles son las variables incluidas en la tabla? ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?
- ¿Esas variables se relacionan de manera directamente proporcional? ¿Por qué?
- ¿Cuál sería el costo de envío a Monte Cristo si no se pagara un cargo fijo? ¿Y a Sinsacate?
- ¿Cuál es el precio extra por cada kilómetro recorrido desde la ciudad de Córdoba?
- ¿Cuál es el costo de envío a Río Segundo, Despeñaderos, Cosquín, Oncativo, Santa Rosa de Río Primero y Santa Rosa de Calamuchita?
- ¿Cuál es la fórmula que permite calcular el costo de envío a cualquier localidad ubicada a menos de 100 km de la ciudad de Córdoba?

b) Representen en un sistema de coordenadas cartesianas la fórmula que encontraron.
(Ayuda: Lean el texto del ítem c) de la actividad 1, de Piletas de lona para el verano. Lo lineal (Parte I).

c) Respondan las siguientes preguntas teniendo en cuenta la representación gráfica.
(Ayuda: Lean el texto del ítem g) de la actividad 1, de Piletas de lona para el verano. Lo lineal (Parte I).

- ¿Qué nombre recibe la función representada? ¿Por qué?
- La función, ¿es decreciente o creciente? ¿Cómo se dieron cuenta?
- ¿Qué significa la ordenada al origen en la fórmula que encontraste? ¿Y en el gráfico de la función?

ACTIVIDAD 2 | Actualización de costos de envío

Virtualtec actualizará los costos de envío a domicilio de sus productos, usando la siguiente fórmula: $y = 5,5x + 80$. Martín decidió publicar la nueva tabla en la página web:

Distancia a la ciudad de Córdoba en km*	Costo de envío en \$
10	135
20	190
30	245
40	300
*Solo se hacen envíos a localidades ubicadas a menos de 100 km de la ciudad de Córdoba. Costos de envío para Córdoba Capital: \$80.	

a) Respondan las siguientes preguntas, en sus carpetas, teniendo en cuenta la información de la tabla y la fórmula usada por Virtualtec.

- En la tabla, ¿cómo aumentan los valores de **x**? ¿Y los de **y**? Con esa información completen la tabla.
- Si los valores de **x** aumentaran de 1 en 1, ¿cómo serían los aumentos de los valores de **y**? ¿Por qué? ¿Dónde se “ve” ese valor en la fórmula?
- Jimena dice que siempre que **x** aumenta de 1 en 1, **y** aumenta de 5,5 en 5,5. En cambio, Mateo afirma que a medida que **x** aumenta 10, **y** aumenta 55. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

Importante

En la situación anterior, las variables “distancia a la ciudad de Córdoba” (**x**) y “costo de envío” (**y**) se relacionan mediante la función lineal **$y = 5,5x + 80$** .

A medida que los valores de **x** aumentan de 1 en 1, los valores de **y** aumentan de 5,5 en 5,5. Esto se puede ver en la tabla:

	x	y	
+ 1	0	80	+ 5,5
+ 1	1	85,5	+ 5,5
+ 1	2	91	+ 5,5
+ 1	3	96,5	+ 5,5

Al considerar los pares ordenados (0 ; 80), (1 ; 85,5), (2 ; 91), (3 ; 96,5) y calcular $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ se observa que ese cociente es siempre 5,5:

$$\frac{85,5 - 80}{1 - 0} = 5,5$$

$$\frac{91 - 85,5}{2 - 1} = 5,5$$

$$\frac{96,5 - 85,5}{3 - 1} = 5,5$$

$$\frac{96,5 - 80}{3 - 0} = 5,5$$

→ En la fórmula de las funciones lineales, se observa la pendiente de la recta y la ordenada al origen:

$$y = ax + b$$

x es la variable independiente
 y es la variable dependiente

Pendiente
Ordenada al origen

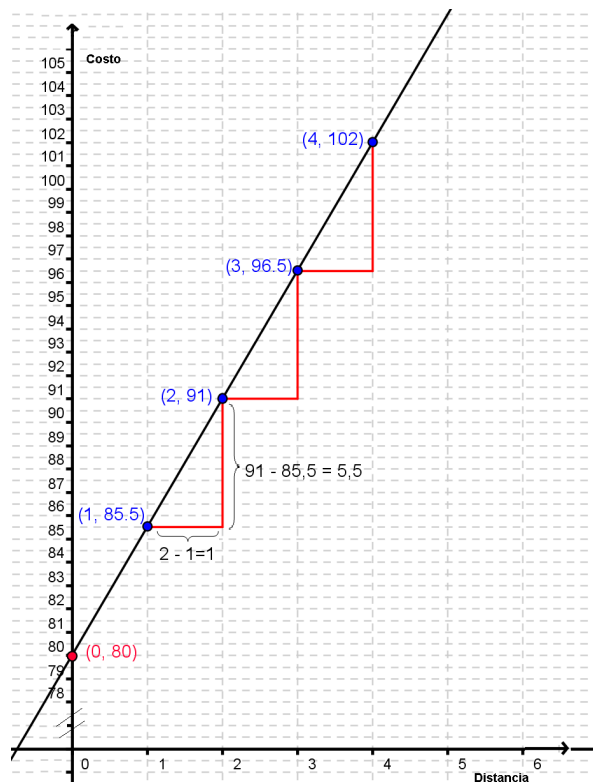
→ El resultado de este cociente $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ recibe el nombre de **pendiente de la recta** y coincide con el número que multiplica a x en la fórmula.

En la situación de la actividad 2, al realizar el cociente $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ obtenemos siempre el valor 5,5, que precisamente es el número que multiplica a x en la expresión **$y = 5,5x + 80$** .

→ Al obtener siempre el mismo valor 5,5, significa que la variación de y ($y_2 - y_1$) es proporcional a la variación de x ($x_2 - x_1$), siendo 5,5 la constante de proporcionalidad.

¿Y gráficamente, qué significado tiene la pendiente?

Veamos la gráfica de esta situación:



Los segmentos en color rojo nos permiten ver que cada vez que “avanzamos 1” en el eje de las abscisas (eje x), “subimos 5,5” sobre el eje de las ordenadas (eje y), por lo tanto:

Gráficamente, la pendiente indica la cantidad de unidades que se desplaza la coordenada **y** (hacia arriba o hacia abajo) por cada unidad que se desplaza la coordenada **x** a la derecha.

ACTIVIDAD 3 | ¿Es así?

Respondan, en sus carpetas, teniendo en cuenta la explicación anterior:

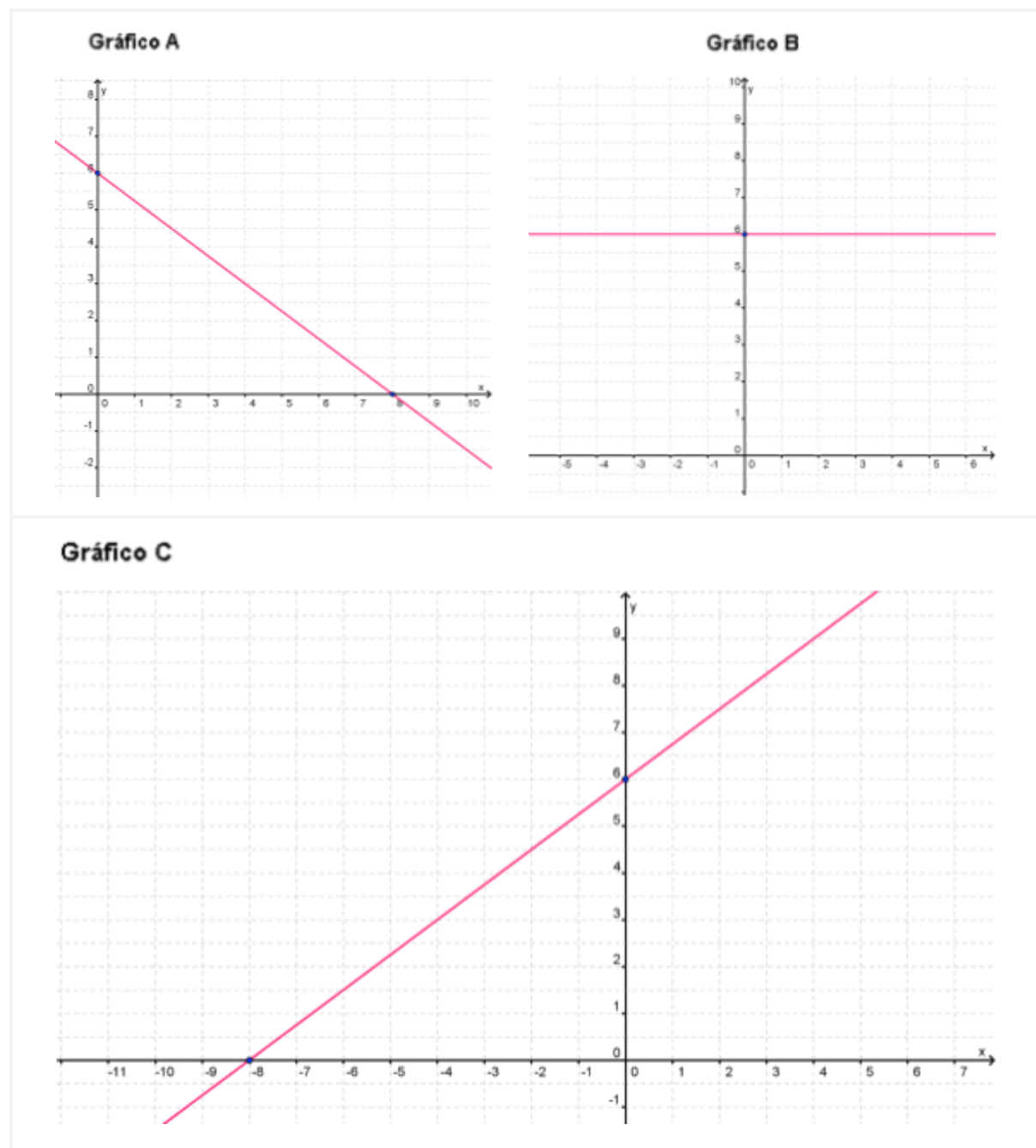
- Bruno dice:
 - Si te fijás en la tabla de la situación 2 y calculás $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, la pendiente cambia porque **x** va de 10 en 10.
 - ¿Tiene razón? ¿Por qué?
- Milena calcula $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ usando los datos de la tabla. Obtiene $\frac{11}{2}$ y explica:
 - Cada vez que nos desplazamos 2 en el eje de las **x**, nos desplazamos 11 hacia arriba, en el eje de las **y**.
 - ¿Es correcto lo que expresa Milena?
 - ¿Por qué?
- Joaquín dice:
 - Si mirás la fórmula de la función de la actividad 2 podés ver para qué valor de **x**, **y = 80**.
 - ¿Qué está mirando Joaquín en la fórmula? ¿Cuál es el valor de **x** para el cual **y = 80**? ¿Qué información le brinda ese valor?

:: Parada 2. Funciones crecientes, decrecientes y constantes

En la parada anterior, aprendieron a calcular la pendiente de una función lineal como así también el significado de ese valor. En las siguientes actividades estudiaremos qué otra información nos brinda la pendiente de la recta.

ACTIVIDAD 1 | ¡A comparar gráficos!

Les presentamos los siguientes gráficos.



A partir de lo que observan en ellos, respondan en sus carpetas:

- ¿En qué se parecen los gráficos A, B y C?
- ¿En qué se diferencian los gráficos A, B y C?
- ¿Cuál es la pendiente de las funciones representadas en los gráficos A, B y C? (**Ayuda:** Recuerden que el resultado del cociente $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ recibe el nombre de pendiente de la recta.).
- ¿Cuáles son los puntos de corte de la gráfica de cada función con los ejes (**x** e **y**) del sistema de coordenadas cartesianas? Escriban los pares ordenados correspondientes a estos puntos.
- ¿Cuál es la fórmula de la función que se representa en cada gráfico?

Importante

Las funciones lineales **$y = ax + b$** son:

- **crecientes** si **$a > 0$**
- **decrecientes** si **$a < 0$**
- **constantes** si **$a = 0$**

Los **ceros de la función** son los valores de **x** para los cuales **$y = 0$** . Es decir, los ceros de la función son los puntos donde la gráfica de la función corta al eje de las abscisas (eje **x**).

ACTIVIDAD 2 | Fórmulas y gráficos

A continuación, les presentamos cuatro fórmulas (1, 2, 3 y 4) y tres gráficos (A, B y C) de funciones lineales. Decidan cuál es el gráfico que le corresponde a cada fórmula. Expliquen por qué lo eligieron.

1) $y = \frac{3}{2}x - 1$

2) $y = -\frac{3}{2}x + 3$

3) $y = -3(x + 1)$

4) $y = -\frac{3}{2}(x + 1) + \frac{9}{2}$

Gráfico A

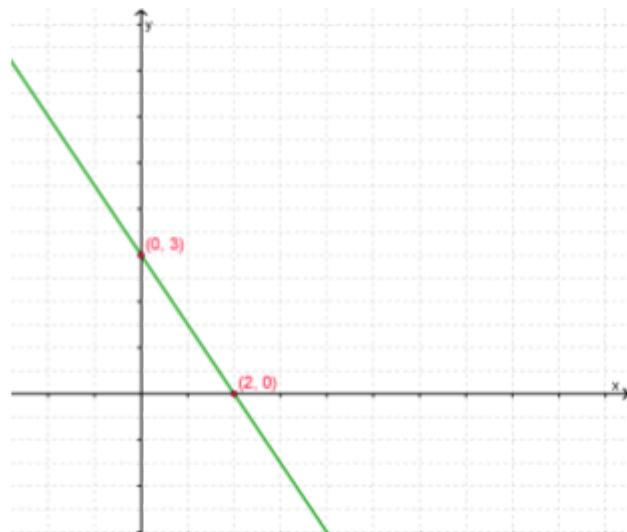


Gráfico B

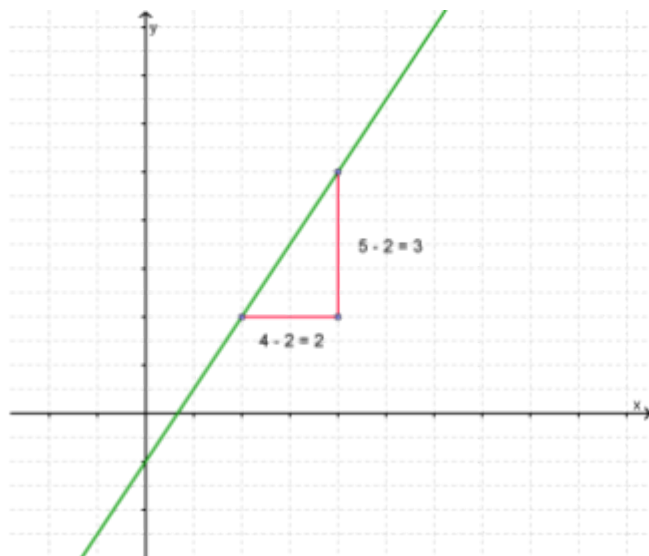
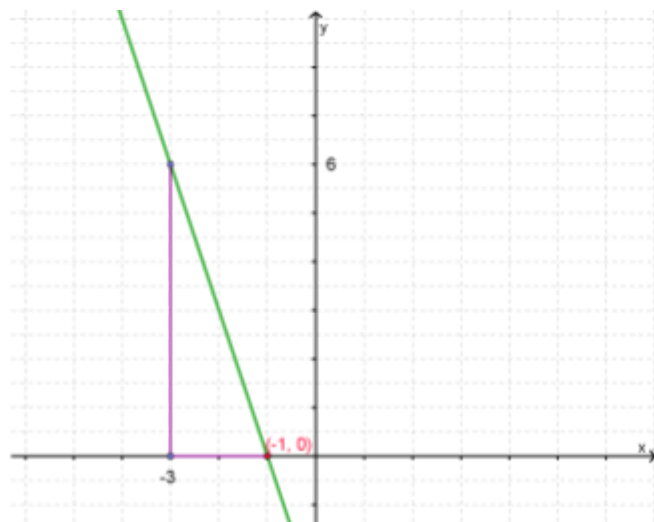


Gráfico C

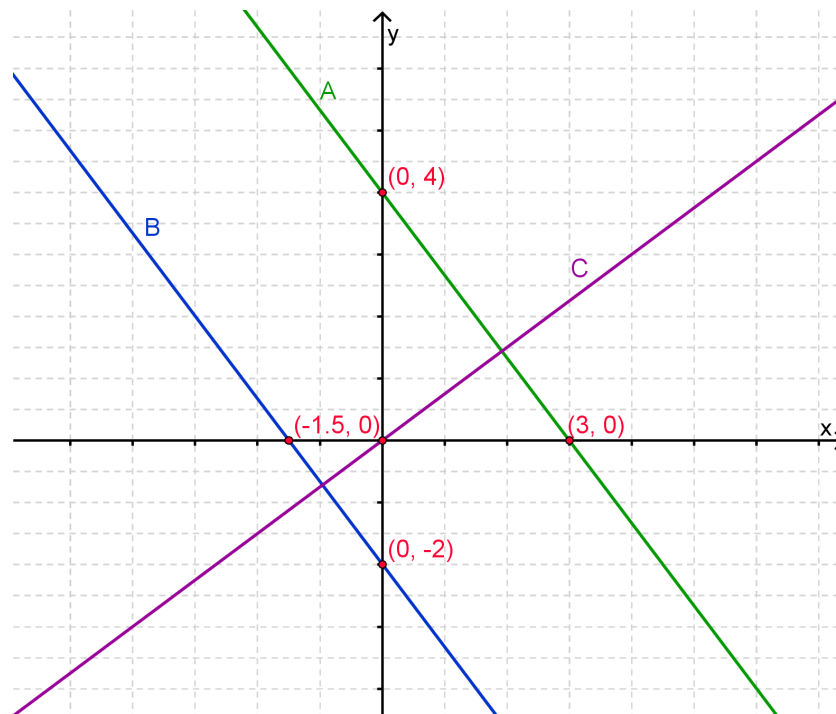


:: Parada 3. Comparamos funciones lineales para conocer más características

Cuando representamos dos o más funciones lineales en un mismo sistema de coordenadas cartesianas, observamos gráficamente que las rectas que corresponden a dichas funciones pueden ubicarse en distintas posiciones. Al comparar sus posiciones, veremos cómo se ubican entre sí. ¿Cómo son entre sí las rectas? ¿La única manera de determinar esto es observando el gráfico? ¿Podremos hacerlo de otra manera? Las respuestas a estas preguntas las encontrarás resolviendo las siguientes actividades. Comencemos ...

ACTIVIDAD 1 | ¿Cómo son entre sí las rectas?

Les presentamos el siguiente gráfico en el que se han representado tres rectas que corresponden a distintas funciones lineales.



A partir de lo que observan, respondan en sus carpetas:

- ¿Cuál es la fórmula de la función representada por cada recta?
- ¿En qué se parecen las fórmulas de las funciones lineales A y B? ¿Y en qué se diferencian?
- ¿Cómo es la distancia entre las rectas A y B? ¿En qué posición se ubica una respecto de la otra?
- ¿En qué se diferencian las fórmulas de las funciones lineales A y C? ¿Qué relación existe entre sus pendientes?
- ¿Existe algún punto de intersección entre las rectas A y C? ¿En qué posición se ubica una respecto de la otra?



Importante

Dos rectas que tienen la misma pendiente son **paralelas**.

Dos rectas que tienen pendientes inversas y opuestas son **perpendiculares**. Es decir, si la pendiente de una de las rectas es a , la otra debe ser $-\frac{1}{a}$. Por eso su producto es -1 .

ACTIVIDAD | Manos a la obra

Determinen, sin realizar el gráfico de la función, cuáles de las siguientes rectas son paralelas o perpendiculares. Expliquen cómo lo pensaron.

A. $y = -2x + 5$

C. $2y = 1 - 4x$

B. $y = -\frac{1}{2}x - 9$

D. $y = \frac{3+x}{2}$

:: Parada 4. ¡Para afianzar lo aprendido!

Llegó la última parada, si desandamos lo que hemos recorrido, podemos ver que aprendimos a:

- identificar cuándo los valores contenidos en una tabla representan una función lineal;
- calcular la pendiente de un función lineal;
- interpretar gráficamente el significado de la pendiente;
- determinar cuándo una función es creciente, decreciente o constante;
- advertir qué condición deben cumplir para que dos funciones lineales determinen rectas paralelas o perpendiculares.

A continuación, les proponemos usar todo lo que aprendimos.

ACTIVIDAD | A aplicar lo aprendido

a) Escriban un texto sobre lo que aprendieron acerca de las funciones lineales. Incluyan las respuestas a los siguientes interrogantes en el texto. Pueden incorporar ejemplos.

Preguntas orientadoras:

- ¿Qué características tienen las funciones lineales?
- ¿Cómo se dan cuenta, en una tabla, que la variación de **y** es proporcional a la variación de **x**? ¿Y en un gráfico?
- ¿Qué es la pendiente y la ordenada al origen de una función lineal? ¿Cómo se observa en la fórmula?
- ¿Qué relación existe entre las pendientes de dos rectas paralelas? ¿Y de dos rectas perpendiculares

b) Usen los conceptos de pendiente y ordenada al origen para graficar las siguientes funciones:

A. $y = 3,5 (x - 2) - 5$

B. $y = 6 - 4 (x + 1)$

C. $y = \frac{6-x}{2}$

c) Escriban la fórmula de una función lineal que tenga:

- por cero el par ordenado $(-3; 0)$ y su ordenada al origen sea 3.
- por cero el par ordenado $(\frac{1}{2}; 0)$ y su pendiente sea - 2.

d) Indiquen cuáles de las siguientes fórmulas representan a la gráfica de la función lineal que se describe en el siguiente texto. Expliquen cómo lo pensaron.

Por cada unidad que nos desplazamos hacia abajo en el eje y, nos desplazamos 3 unidades en el eje x hacia la derecha. Además, la gráfica corta al eje de las ordenadas (eje y) en 5.

- A. $y = \frac{1}{3}x + 5$
- B. $y = -\frac{1}{3}(x + 1) + \frac{16}{3}$
- C. $y = -\frac{1}{3}x + 5$
- D. $y = -\frac{1}{3}(x - 6) + 3$

e) Decidan cuál de las siguientes tablas representa una función lineal. Expliquen cómo lo pensaron. Luego, escriban la fórmula de una recta paralela y de una perpendicular a la recta de esa función.

x	y
-5	2
0	2
1	1,2

x	y
-1	-2,75
2	1
4	3,5

:: Referencias

- Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación. (2018). *Matemática: función lineal: variación uniforme*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Disponible en https://www.buenosaires.gob.ar/sites/gcaba/files/profnes_matematica_-_funcion_lineal_variacion_uniforme_-_docente_-_final.pdf
- Sadovsky, P. y Espinosa, A. (2020). *Pensar con otros, imaginar el aula, producir sentidos. Una experiencia de trabajo colaborativo entre profesores de matemática*. Buenos Aires: UNIPE: Editorial Universitaria; Sindicato Unificado de Trabajadores de la Educación de Buenos Aires. Disponible en <https://editorial.unipe.edu.ar/colecciones/herramientas/pensar-con-otros-la-clase-de-matem%C3%A1tica-una-experiencia-de-trabajo-colaborativo-detail>

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

En la secuencia **Costos de envío a domicilio - Lo lineal (Parte II)**, se avanza con el estudio de las funciones lineales. Se presentan actividades que favorecen la interpretación y el significado de la pendiente y de la ordenada al origen. Por un lado, se tienen en cuenta situaciones que se modelizan con funciones lineales y, por el otro, los saberes previos que se requieren para iniciar la resolución de las actividades, lo cuales favorecen la construcción de los aprendizajes y contenidos asociados al análisis de comportamiento de las funciones lineales desde sus representaciones en tablas, gráficos y fórmulas.

En la parada 1, se presentan dos actividades referidas al contexto extramatemático del costo de envío a domicilio de telefonía y productos informáticos. Los estudiantes tendrán que dar respuesta a diferentes interrogantes que orientan la lectura y el análisis de la información presentada en un texto, tablas y fórmula. Los interrogantes de la actividad 1 tienen por intencionalidad que los estudiantes recuperen lo aprendido en **Piletas de lona para el verano. Lo lineal - Parte I**. Las preguntas de la actividad 2 ponen el foco en la pendiente. Hacia el final de la actividad se presenta un texto explicativo que sistematiza la noción de pendiente, puesta en juego implícitamente por los estudiantes para dar respuesta a los interrogantes planteados.

En las paradas 2 y 3, se presentan situaciones del contexto intramatemático. Inicialmente se solicita la observación y comparación de tres gráficos que corresponden a funciones lineales, con el objetivo de que los estudiantes establezcan la relación que existe entre:

- la pendiente y las características de la función (creciente, decreciente y constante);
 - las pendientes de dos rectas y sus posiciones relativas (paralelas y perpendiculares).
- Además, se introduce el concepto de cero de una función. En la tarea c) actividad 2 (Fórmulas y gráficos) de la parada 2, los estudiantes tendrán que relacionar fórmulas de funciones lineales con distintos gráficos en los cuales solo se han destacado dos puntos. Algunos de ellos son puntos notables, como el cero o raíz y la ordenada al origen.

En la parada 4, se presentan cinco tareas para que los estudiantes reutilicen los conocimientos elaborados en las paradas 1, 2 y 3. La primera tarea lleva a los estudiantes a expresar “con sus palabras” lo aprendido sobre funciones lineales. Esta tarea se constituye en un insumo para evaluar qué ideas están más afianzadas en los estudiantes y cuáles es necesario seguir trabajando.

Orientaciones para la evaluación

La evaluación como proceso regulador del aprendizaje de los estudiantes requiere la concreción de un enfoque formativo de la evaluación. Es fundamental poder recoger información sobre el estado de sus saberes que permita, por una parte, dar cuenta de sus avances y, por otra, tomar decisiones para orientarlos en aquellas producciones cuyo desempeño ha sido poco satisfactorio en relación con lo esperado.

En este sentido, a modo de ejemplo, se muestran algunos indicadores para evaluar avances de los estudiantes según la interpretación del comportamiento de las funciones lineales a partir de sus parámetros y su uso para resolver problemas.

- Relaciona dos registros diferentes (tabla - gráfico; tabla - fórmula; fórmula - gráfico) de una misma función lineal.
 - Interpreta el significado de los parámetros de la función lineal.
 - Reconoce cómo influye la pendiente en la representación gráfica de la función lineal.
 - Interpreta la información que brinda la fórmula de una función lineal para la construcción de la representación gráfica correspondiente.
 - Establece la relación entre las pendientes de dos rectas paralelas y dos perpendiculares.
-

FICHA TÉCNICA:

Secuencia: Costos de envío a domicilio - Lo lineal (Parte II)

Nivel: Secundario

Año sugerido: 4.º año

Área/s: Matemática

Eje/s curricular/es: Álgebra y funciones.

Objetivos:

- Elaborar gráficos y fórmulas de variaciones lineales para resolver problemas extra e intramatemáticos.
- Interpretar el comportamiento de las funciones lineales a partir de sus parámetros.

Aprendizajes y contenidos:

- Uso de las funciones lineales como modelo matemático para resolver problemas.
- Análisis de comportamiento de las funciones lineales desde sus representaciones en gráficos y fórmulas (incluyendo interpretación y variación de sus parámetros, análisis de ceros, crecimientos y decrecimientos).

Coordinación: Flavia Ferro - Fabián Iglesias

Autoría: Ederd Picca - Laura Vélez

Diseño didáctico: Esteban Cavalletto

Corrección literaria: Cecilia Villafañe

Edición y diseño: Ana Gauna - Carolina Cena

Citación:

Equipo de Tu Escuela en Casa. (2021). Costos de envío a domicilio. Lo lineal (Parte II). Córdoba: Dirección General de Desarrollo Curricular, Capacitación y Acompañamiento Institucional - Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba.

Este material está bajo una licencia Creative Commons (CC BY-NC-SA 4.0)

