

OLIMPIADA INTERNACIONAL
DE **MATEMÁTICA**
ATACALAR CHILE-ARGENTINA

**PROPUESTA DE
ACOMPañAMIENTO
A LOS ESTUDIANTES**

FASCÍCULO 2

**GEOMETRÍA
Y MEDIDA**

CERTAMEN ESCOLAR

- 2014 -

Ministerio de
EDUCACIÓN



GOBIERNO DE LA
PROVINCIA DE
CÓRDOBA

Querido estudiante:

Te invitamos a hacer matemática, a poner en acción tus saberes y a emplear tu ingenio y tu creatividad para buscar soluciones a situaciones que constituyen verdaderos problemas. Sabemos que tenés la capacidad para enfrentarte al desafío y resolver problemas matemáticos. ¡Animate!

La propuesta es la siguiente:

- *Leé cada problema*
- *Iniciá la búsqueda de la solución. Si necesitás, consultá tus libros y apuntes.*
- *Al momento de concluir la búsqueda, reunite con tus compañeros para compartir tu proceso y explicar cómo lo pensaste. Podés aprovechar la instancia para analizar y discutir lo realizado.*

ALGUNOS PROBLEMAS PARA TRABAJAR CON FIGURAS GEOMÉTRICAS

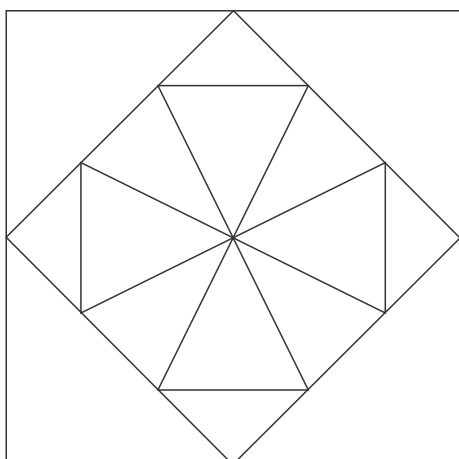
No te olvidés de registrar los razonamientos, explicaciones y cálculos que usaste para resolver cada problema. Debajo de cada problema tenés un espacio para hacerlo. Podés usar otras hojas, si necesitás.

Figuras gemelas



a- Copiá esta figura, usando los instrumentos de geometría que necesites, para obtener otra figura igual.

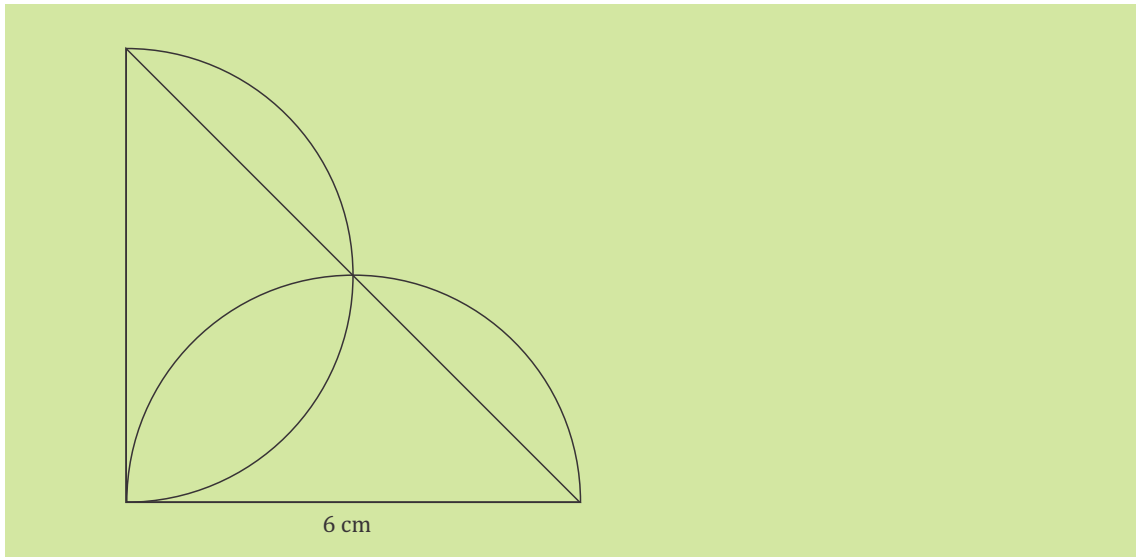
b- ¿Qué le dirías a tu compañero para convencerlo de que tu figura es igual a la original?



Me quedó chica...

Copíá esta figura de tal manera que:

- conserve la forma y
- lo que en la figura original mide 6 cm pase, en el copiado, a medir 9 cm.



Y ahora ...a seguir instrucciones

1. Construí una circunferencia de 4 cm de diámetro.
2. Trazá uno de sus diámetros. Llamá A a uno de los puntos donde el diámetro corta a la circunferencia y B al otro.
3. Trazá uno de los radios perpendiculares al diámetro AB. Llamá C al punto donde ese radio corta a la circunferencia.
4. Construí el triángulo que se forma al unir los puntos A, B y C.

A partir de la observación y el análisis de la figura producida



Considera el triángulo ABC que has construido: ¿De qué clase es? Explica tu respuesta.

Una figura a partir de otra

Se construye el rectángulo ABCD. Se marcan los puntos medios de los lados AB, BC, CD, DA y se los llama E, F, G y H, respectivamente. Se construye el cuadrilátero que se forma al unir los puntos E, F, G y H.

¿Qué clase de cuadrilátero es EFGH? ¿Por qué? Explica usando las propiedades de las figuras geométricas.

Y ahora se logró un rectángulo

Se construye un cuadrilátero ABCD. Se marcan los puntos medios de los lados del cuadrilátero y se los llama E, F, G y H. Al unir los puntos E, F, G y H se obtiene un rectángulo.

¿Qué clase de cuadrilátero se debió dibujar inicialmente para obtener un rectángulo? ¿Por qué? Explica usando las propiedades de las figuras geométricas.

Ángulos en una circunferencia

Se construye una circunferencia de centro O . Se traza uno de sus diámetros y se lo llama AC .

Sobre la circunferencia se marca el punto B , de manera que el ángulo $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

Por el centro O se traza la recta perpendicular al segmento BA . Esa recta corta al arco AC en un punto D .

¿Cuánto mide el ángulo \widehat{COD} ?

El desafío de la profesora

La profesora construyó un triángulo que llamó ABC . Trazó la bisectriz del ángulo \widehat{B} que cortó al lado AC en el punto D . Luego trazó la bisectriz del ángulo \widehat{C} que cortó al lado AB en el punto E . Las dos bisectrices se cortaron en un punto que llamó O .

Después midió el ángulo $\widehat{EOD} = 110^\circ$

Ella dijo a sus estudiantes que con esa información podían averiguar la medida del ángulo \widehat{A} sin tomar la medida de los ángulos \widehat{B} y \widehat{C} .

¿Cuánto medía el ángulo \widehat{A} de ese triángulo ABC ?

El cartel de publicidad

Alexis tiene que construir un cartel de publicidad en una lámina de metal. En el boceto está dibujado un trapecio isósceles ABCD, de base menor AB y de base mayor CD. Por el punto A está trazada una recta perpendicular al lado AB. Esa recta corta al lado CD en el punto E.

En el boceto está escrito:

- Área del triángulo AED: $7,8 \text{ m}^2$
- Lado AE= 1,3 m.
- $AB = \frac{1}{3} CD$

Alexis necesita saber el área del cartel para comprar la lámina de metal.

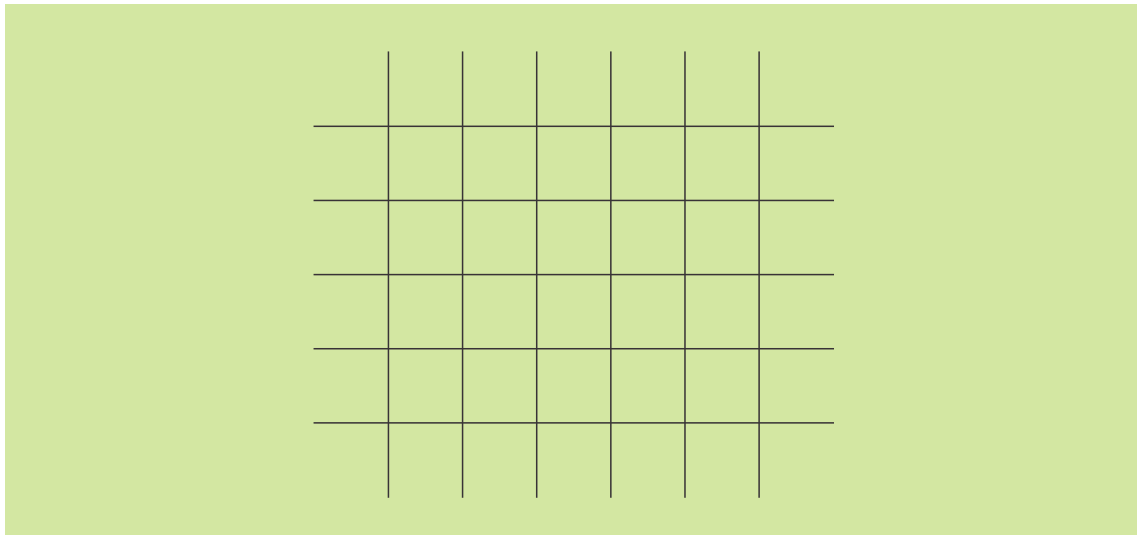
¿Cuál es el área del trapecio ABCD?

Dibujo en la cuadrícula

Se armó esta cuadrícula trazando:

- 5 rectas horizontales, cada una a 1 cm de distancia de la anterior, y
- 6 rectas verticales, cada una a 1 cm de distancia de la anterior.

Así quedaron marcados 30 puntos por las intersecciones entre las rectas.



En esa cuadrícula, marcá tres puntos:

- el A, en la quinta fila, primera columna (es decir, en la esquina inferior izquierda);
- el B, en la primera fila, tercera columna;
- el C, en la cuarta fila, sexta columna.

Trazá el triángulo ABC.

Calculá el área del triángulo ABC.



Una tarjeta para mi amigo

Sofía siguió este instructivo para diseñar una tarjeta para su mejor amigo.

Instructivo:

1. Dibujá un rectángulo ABCD de manera que el lado AB mida el doble que el lado BC.
2. Con centro en A y radio igual a AB, dibujá un cuarto de círculo sobre el lado AB, exterior al rectángulo.
3. Con centro en C y radio igual a CD, dibujá un cuarto de círculo sobre el lado CD, exterior al rectángulo.

a- Construí la tarjeta que diseñó Sofía.

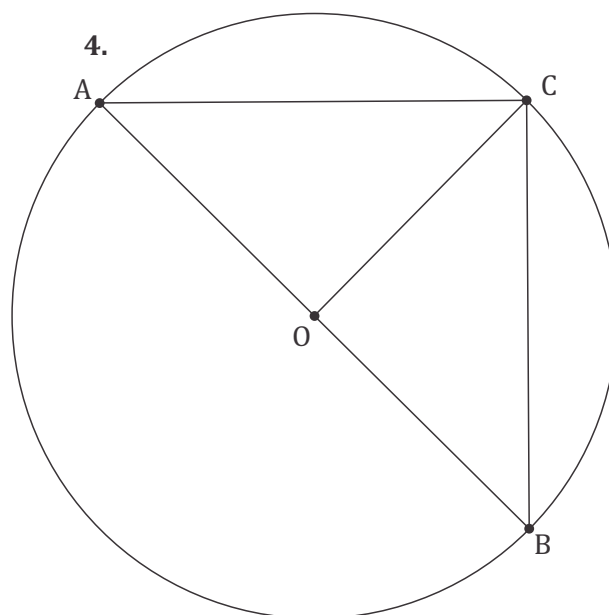
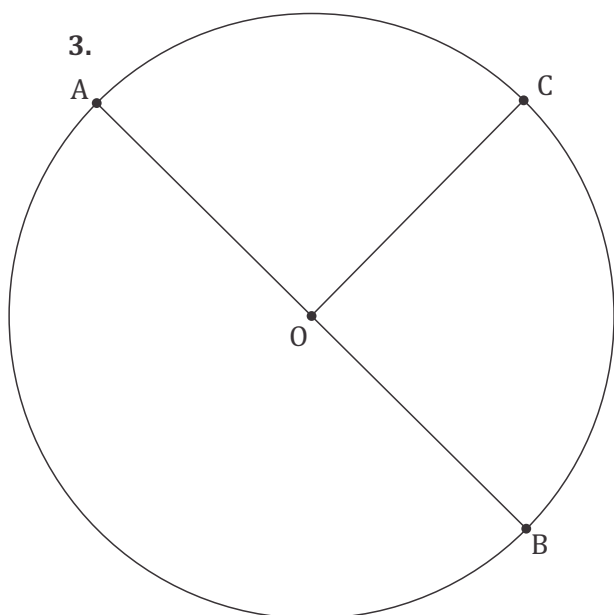
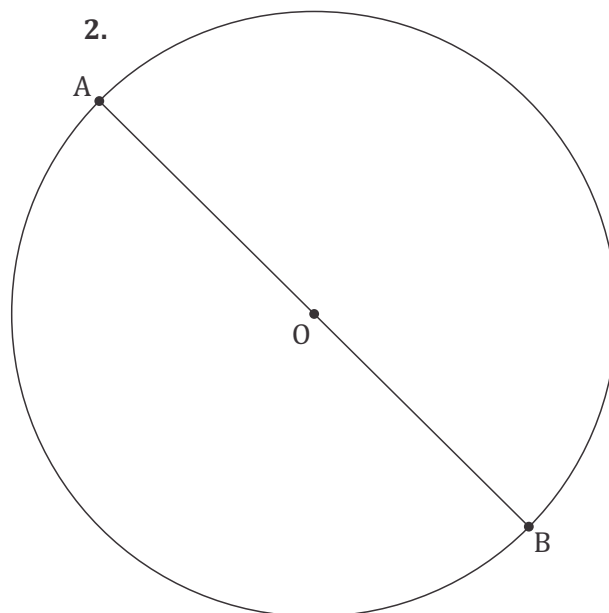
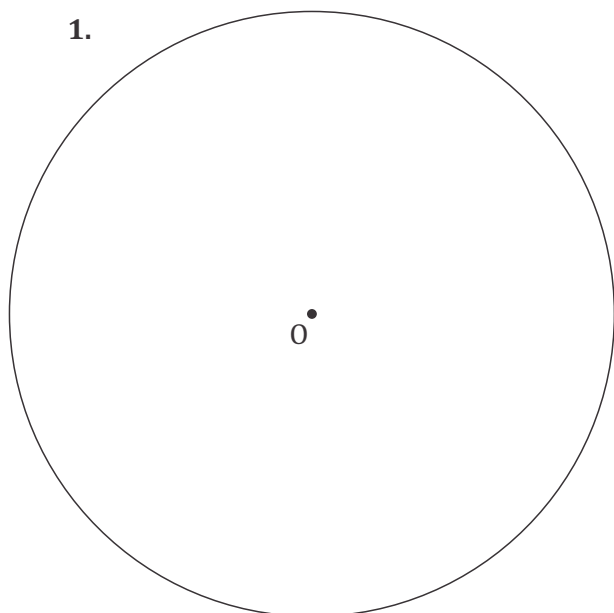
b- Sofía usó 61,4 cm de cinta para colocar en el perímetro de la tarjeta. ¿Cuál es el área de la tarjeta que diseñó Sofía?

PROCEDIMIENTOS PARA RESOLVER ALGUNOS PROBLEMAS

Observá los procedimientos empleados para la resolución de estos problemas.

Y ahora ...a seguir instrucciones

1. Construí una circunferencia de 4 cm de diámetro.
2. Trazá uno de sus diámetros. Llamá A a uno de los puntos donde el diámetro corta a la circunferencia y B al otro.
3. Trazá uno de los radios perpendiculares al diámetro AB. Llamá C al punto donde ese radio corta a la circunferencia.
4. Construí el triángulo que se forma al unir los puntos A, B y C.



A partir de la observación y el análisis de la figura producida



Considera el triángulo ABC que has construido: ¿De qué clase es? Explica tu respuesta.

El segmento \overline{AB} es perpendicular al segmento \overline{CD} .

Por eso el ángulo $\widehat{AOC} = 90^\circ$ y el ángulo $\widehat{BOC} = 90^\circ$

El triángulo AOC tiene dos lados iguales $\overline{AO} = \overline{OC}$ porque son radios de la circunferencia. A esos ángulos iguales (congruentes) se oponen ángulos congruentes. Por eso $\widehat{OAC} = \widehat{OCA}$

Ese triángulo AOC tiene un ángulo recto ($\widehat{AOC} = 90^\circ$) y los otros dos iguales ($\widehat{OAC} = \widehat{OCA}$). Cada uno de esos ángulos iguales mide 45° .

$90^\circ + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ (la suma de los ángulos interiores de un triángulo suman 180°).

En el triángulo BOC se da lo mismo que en el triángulo AOC. En este triángulo $\widehat{BOC} = 90^\circ$, $\widehat{OBC} = 45^\circ$ y $\widehat{OCB} = 45^\circ$.

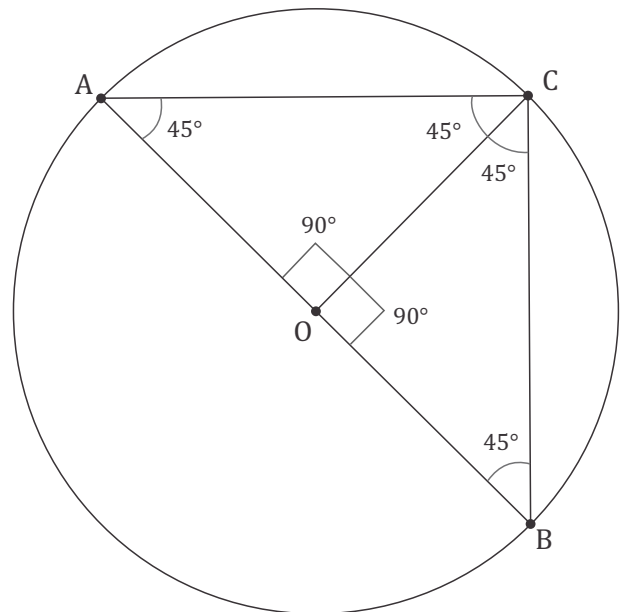
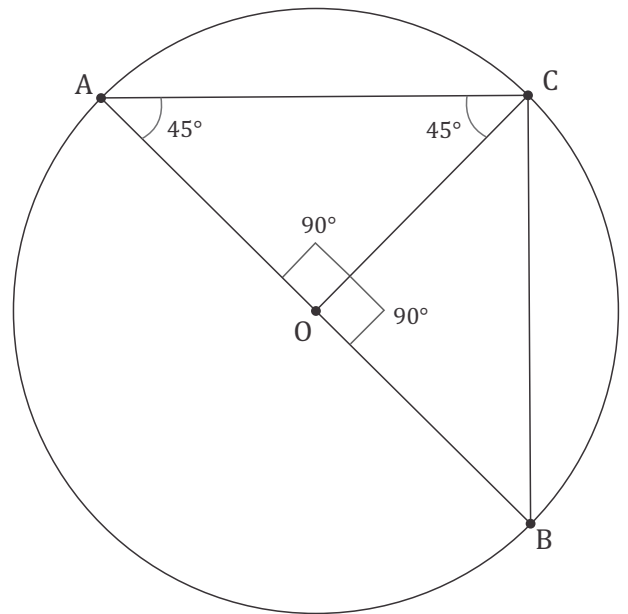
Ahora, en el triángulo ABC el ángulo

$$\widehat{ACB} = 45^\circ + 45^\circ$$

$$\widehat{ACB} = 90^\circ.$$

Por eso es un triángulo rectángulo.

El triángulo ABC tiene los otros dos ángulos iguales ($\widehat{OAC} = 45^\circ$ y $\widehat{OBC} = 45^\circ$). A esos ángulos iguales se oponen lados iguales ($\overline{AC} = \overline{CB}$). El triángulo ABC es isósceles.



El cartel de publicidad

Alexis tiene que construir un cartel de publicidad en una lámina de metal. En el boceto está dibujado un trapecio isósceles ABCD, de base menor AB y de base mayor CD. Por el punto A está trazada una recta perpendicular al lado AB. Esa recta corta al lado CD en el punto E. En el boceto está escrito:

- Área del triángulo AED: $7,8 \text{ m}^2$
- Lado AE = 1,3 m.
- $AB = \frac{1}{3} CD$.

Alexis necesita saber el área del cartel para comprar la lámina de metal.
¿Cuál es el área del trapecio ABCD?

Después de hacer el dibujo, por el punto B tracé una recta perpendicular al lado AB. Llamé O al punto donde esa recta corta al lado CD.

Así el trapecio ABCD quedó dividido en un rectángulo (ABOP) y dos triángulos (APD y BOC).

Los triángulos APD y BOC son iguales (congruentes) porque:

- $\overline{AD} = \overline{BC}$ (lados iguales del trapecio isósceles)
- $\overline{AP} = \overline{BO}$ (lados opuestos del rectángulo)
- $\widehat{ADP} = \widehat{BCO}$ (ángulos que se apoyan sobre la misma base del trapecio isósceles)

Entonces esos dos triángulos tienen la misma área: $7,8 \text{ m}^2$.
Además, así se comprueba que CD es el triple de AB y
 $\overline{DP} = \overline{PO} = \overline{OC} = \overline{AB}$

Tracé una de las diagonales del rectángulo que lo dividió en dos triángulos iguales (APO y ABO).

Los triángulos APD y APO son iguales (congruentes) porque:

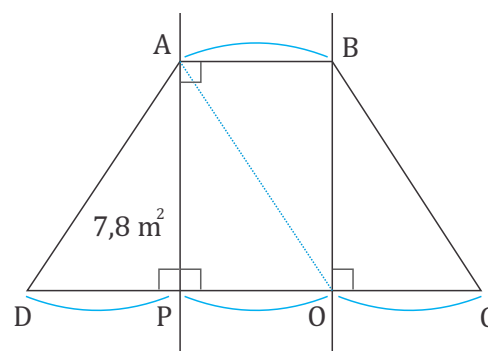
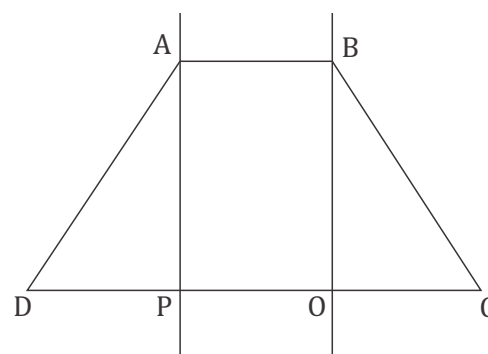
- $\overline{DP} = \overline{PO}$
- $\overline{AP} = \overline{AP}$ (lado común)
- $\widehat{APD} = \widehat{APO}$ (miden 90° por \overline{AP} es perpendicular a \overline{DO})

Por eso el área del triángulo APO es de $7,8 \text{ m}^2$.

Entonces el otro triángulo que forma el rectángulo (ABO) tiene $7,8 \text{ m}^2$.

El área de todo el trapecio ABCD es $4 \times 7,8 \text{ m}^2 = 31,2 \text{ m}^2$.

El área de todo el trapecio ABCD es $31,2 \text{ m}^2$.



¿Qué procedimientos seguiste para resolver los problemas? Recordá registrarlos, para luego compartirlos con tus compañeros.

Bibliografía

Agrasar, M.; Crippa, A. y Díaz, A. (2003). “T.P.4 Figuras en el espacio y en el plano” en: *Matemática 7*. Buenos Aires: Longseller.

Cappelletti, G (coord.) (2008). *Matemática. Geometría (1ª ed.)*. Buenos Aires: Ministerio de Educación – Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

Gobierno de Córdoba. Ministerio de Educación. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa (2010). *Diseño Curricular de la Educación Secundaria. Tomo 2. 2011-2015*. Córdoba, Argentina: Autor.

Gobierno de Córdoba

Ministerio de Educación

Secretaría de Estado de Educación

Subsecretaría de Estado de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa

Área de Políticas Pedagógicas y Curriculares

Equipo de trabajo:

Sandra Molinolo, Laura Vélez con la colaboración de Azucena Amaya y Ederd Picca.



AUTORIDADES

Gobernador de la Provincia de Córdoba
Dr. José Manuel De la Sota

Vicegobernador de la Provincia de Córdoba
Cra. Alicia Mónica Pregno

Ministro de Educación de la Provincia de Córdoba
Prof. Walter Mario Grahovac

Secretaria de Estado de Educación
Prof. Delia María Provinciali

Subsecretario de Estado de Promoción de Igualdad y Calidad
Educativa
Dr. Horacio Ademar Ferreyra

Directora General de Educación Inicial y Primaria
Prof. Edith Galera Pizzo

Director General de Educación Secundaria
Prof. Juan José Giménez

Director General de Educación Técnica y Formación Profesional
Ing. Domingo Aríngoli

Director General de Educación Superior
Mgter. Santiago Amadeo Lucero

Director General de Institutos Privados de Enseñanza
Prof. Hugo Zanet

Director General de Educación de Jóvenes y Adultos
Prof. Carlos Brene

Dirección General de Regímenes Especiales

Director General de Planeamiento, Información y Evaluación
Educativa
Lic. Enzo Regali

Secretario de Relaciones Institucionales
Dr. Carlos. A. Sánchez

Director General de Programas Especiales e Infraestructura
Prof. Carlos Pedetta

Subdirectora de Programas Especiales
Lic. Rosana Zárate