

EL PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO DESDE EL ESPACIO CURRICULAR MATEMÁTICA

DOCUMENTO 11



**Secretaría de
Educación**



**Municipalidad
de Córdoba**

EL PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO DESDE EL ESPACIO CURRICULAR MATEMÁTICA

PRESENTACIÓN

En el presente documento se clarifican inicialmente las acciones y procesos que son fundamentales promover para que los estudiantes desarrollen el pensamiento lógico matemático en los talleres y laboratorios de Matemática.

Luego, se presentan algunas propuestas que los/las docentes podrán adoptar o adaptar, según convenga, a su propia realidad escolar. En dichas propuestas se especifican los desafíos que cada problema plantea a los estudiantes; desafíos que demandan realizar algunas de las acciones que conforman lo que se denomina pensamiento lógico matemático. Además, se incluyen ejemplos de intervenciones docentes que permiten orientar a los estudiantes en los diferentes momentos del proceso de resolución de problemas.

PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO: ACCIONES Y PROCESOS FUNDAMENTALES PARA SU DESARROLLO

Los matemáticos profesionales crean ideas, conceptos, estructuras, para resolver problemas provenientes de diversos contextos: la vida diaria, las ciencias o la propia matemática. Ellos realizan esa construcción a través de acciones y procesos como relacionar, transferir, generalizar, particularizar, conjeturar, argumentar, visualizar. Todas estas acciones conforman lo que se denomina pensamiento lógico matemático.

Para propiciar el desarrollo del pensamiento lógico matemático es fundamental proponer situaciones que posibiliten a los estudiantes de Educación Primaria: observar, relacionar - clasificar, seriar, operar – experimentar, identificar, generalizar, particularizar

A continuación se aclara el significado de las acciones y los procesos antes mencionados.

Observar es prestar atención a un objeto o a una situación para buscar información sobre sus características, con un propósito particular. En los primeros años de la escolaridad es fundamental presentar situaciones que lleven a los estudiantes a centrar la atención en solo una característica de un conjunto reducido de objetos, prescindiendo de otras cualidades o particularidades que esos objetos pudiesen tener. La observación es necesaria para poder establecer relaciones.

Relacionar es encontrar conexiones, establecer asociaciones entre al menos dos objetos o situaciones. Relacionar es algo que siempre se hace mentalmente, aunque se base en la observación. *Las relaciones* pueden ser enunciadas como *comparación*, *clasificación*, *ordenación*, *seriación*. Así, por ejemplo, si una persona, luego de prestar atención a la longitud de dos cintas, expresa “tienen el mismo largo”, ha establecido una **relación de comparación**. Cuando al comparar diversos objetos o situaciones se encuentra que estos tienen una característica común se llega a establecer una **relación de clasificación**. Al respecto, Pérez Gómez (1997) aclara: “Se llama **clasificar** a la actividad que permite organizar, en grupos o clases, objetos que comparten

alguna propiedad o característica de tal modo que todo objeto esté necesariamente en un solo grupo o clase” (p. 12).

Cuando al comparar dos objetos o situaciones la persona se centra en las diferencias, puede establecer una **relación de orden**. **Seriar** es organizar un grupo de objetos o situaciones considerando una relación de orden. Existen seriaciones que se realizan a partir de considerar diversos grados de una misma cualidad -como al ordenar objetos de menor a mayor tamaño - y otras que requieren determinar una secuencia y repetirla siguiendo el mismo patrón- como al seguir el orden de verde, azul, rojo en el armado de una guarda con mosaicos cuadrados de igual tamaño-.

Otra clase de **relaciones** son las **cuantitativas aditivas y multiplicativas**, tanto entre números como entre medidas. Estas relaciones son las que se ponen de manifiesto al **operar** con los números naturales, los decimales y las fracciones.

Experimentar es introducir intencionalmente cambios en la situación o el objeto observado para determinar las características que permanecen invariantes y las que se modifican, intentando relacionar las modificaciones producidas con los cambios introducidos. Por ejemplo, se varía el ángulo que forman las diagonales de un rombo y se observa qué cambia – los cuadriláteros que quedan determinados, el perímetro y el área de esos cuadriláteros – y qué permanece invariante – todos esos cuadriláteros son paralelogramos - .

La persona puede anticipar o predecir lo que sucederá al introducir un cambio. La concreción de ese cambio le servirá para comprobar o no sus anticipaciones y para generar nuevas anticipaciones.

Identificar es buscar un elemento común de distintos casos, situaciones o problemas.

Generalizar es el proceso que consiste en extender una relación encontrada entre un conjunto acotado de objetos o situaciones a un conjunto más amplio de objetos o situaciones, entre los cuales figura el primer conjunto. La generalización, demanda, además de relacionar, el repetir acciones para identificar lo semejante, lo común. En la repetición, la persona puede centrar su atención en los resultados de sus acciones o en las propias acciones repetidas. Cuando las semejanzas observadas en los resultados obtenidos o en las acciones realizadas son expresadas como válidas para un conjunto más extenso de situaciones, se han desarrollado todas las acciones involucradas en el proceso de generalización.

Particularizar es el proceso que consiste en pasar de considerar un conjunto amplio de objetos a considerar una cantidad más pequeña o limitada de objetos que pertenecen al conjunto dado. La particularización se puede realizar con distintos propósitos: familiarizarse con el problema presentado, identificar lo que tienen en común un conjunto de objetos o situaciones y llegar a una generalización o comprobar una generalización realizada por la propia persona o por otros.

Argumentar es el proceso que “está presente en todos los momentos de la actividad matemática en los que se afirma algo, o en los que se quiere garantizar la verdad o falsedad de ciertas afirmaciones” (Álvarez Alfonso I. y otros, 2014, p.82). Los argumentos basados en la verificación de una propiedad o regla general en muchos casos particulares (ejemplos), se consideran adecuados y válidos cuando son realizados por estudiantes de Educación Primaria, pues ellos se están iniciando en el proceso de generalización.

PROPUESTAS PARA EL TALLER DEL PRIMER CICLO

Diseño y construcción de guardas

Grado: Primero

Aprendizajes y contenidos: Reconocimiento de las **características de figuras planas** –como presencia de bordes curvos o rectos y, si son rectos, número de vértices o lados –.

Acciones involucradas: Observar, comparar, seriar.

Desarrollo de actividades

Situación que enmarca las actividades del taller

El próximo mes se realizará en la escuela una exposición de dibujos en témpera. Ustedes elegirán cuál de sus dibujos exponer.

Para la muestra, se pide presentar los dibujos enmarcados. Los marcos tienen que estar decorados con una guarda. ¿Qué guardas podemos diseñar? ¿Qué materiales necesitaremos?

Actividad inicial – Entre todos

El/la docente presenta imágenes de objetos en los que se emplean guardas decorativas. Entre todos conversan sobre qué son las guardas y para qué se usan habitualmente.

El/la docente destaca que las guardas son tiras decorativas basadas en formas que se repiten. Esas tiras se suelen colocar en el borde de algunas superficies como platos, pañuelos, marcos o a lo largo de paredes y pisos.



Repasadores con guardas



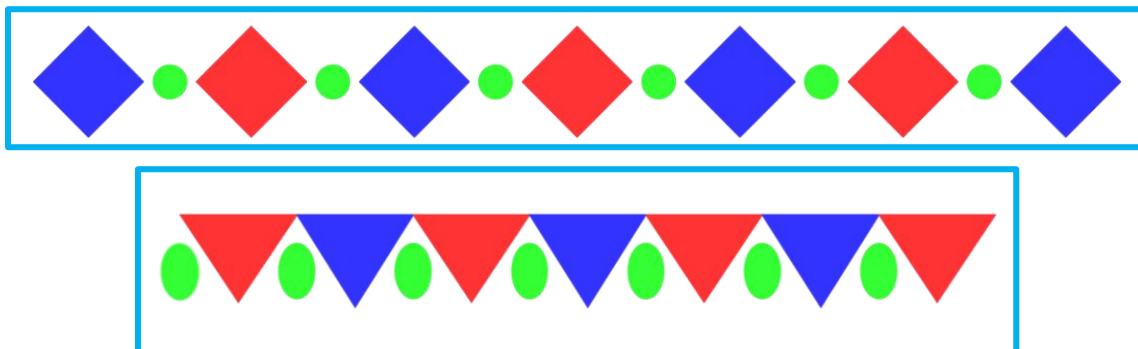
Bolsa de regalo con guarda



Piso con guarda

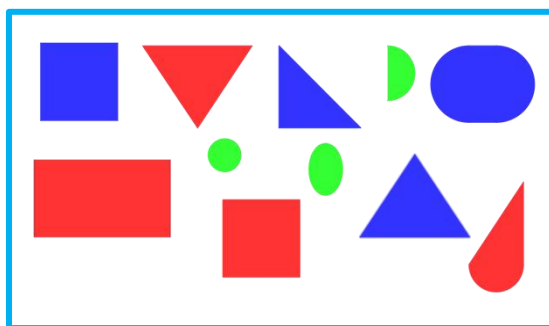
Problema 1 – Por parejas (uno o dos encuentros del taller)¹

En una página de internet muestran estas guardas:



Acuerden con qué guarda les gustaría decorar una bolsa de papel.²

¿Cuáles de estas figuras necesitarán para copiar en la bolsa la guarda elegida?



Aclaración para el/la docente: La imagen contiene figuras iguales a las empleadas en ambas guardas, con los mismos colores, y estas otras: un rectángulo, un semicírculo, una figura con un borde curvo y otra con dos bordes curvos.

¿Qué desafío se plantea a los estudiantes?

Seleccionar las figuras de la imagen que tienen las mismas características (forma y color) que las de la guarda elegida.

¿Cómo orienta el/la docente a los estudiantes?

Durante el momento de resolución por parejas, el docente interviene para que los estudiantes:

¹ Los tiempos mencionados para el desarrollo de cada problema y actividad son siempre estimativos.

² En lugar de presentar dos guardas para que cada pareja elija la que más le guste, el/la docente puede realizar previamente la selección. Así, cada pareja recibirá una sola guarda, pero al reunir todos los equipos se habrán considerado ambas guardas.

- Compartan con su compañero de equipo las características que están observando en las figuras de la guarda: *¿Cómo son las figuras de la guarda? ¿Cómo es el borde de esta figura (señalándola, si es que no conocen su nombre)?*
- Recuerden el propósito de la observación: *¿Para qué están observando las figuras de la guarda? ¿Hay que observar otras figuras? ¿Por qué?*
- Consideren todas las características de las figuras que deben ser miradas con atención: *¿Qué miraron en esta figura (rectángulo) para elegirla? ¿Hay algo más que observar? En otro grupo dice que no sirve fijarse solo en el color. ¿Están de acuerdo? ¿Por qué?*

Momento de confrontación 1 – Entre todos

Las parejas muestran la guarda y las figuras seleccionadas, explicando qué tuvieron en cuenta al elegirlos. Se promueve la discusión sobre los aspectos, las características de las figuras tenidas en cuenta para realizar la selección de las figuras.

Finalmente, el/la docente destaca: - *Para resolver este problema ustedes han mirado con atención las figuras, las han observado. Y luego las han comparado, para encontrar las iguales.*

Problema 2 – Por parejas (las conformadas para el problema 1) (un encuentro del taller)

Ustedes eligieron esta guarda para decorar la bolsa. Esa guarda se arma con las siguientes figuras:

(Para la guarda 1 se presenta una imagen con el círculo verde y cuadrado rojo y el azul. Para la guarda 2, una imagen con la elipse verde y el triángulo isósceles rojo y el azul.)

¿Cómo tendrán que colocar esas figuras para formar el motivo que se repite en la guarda?

Aclaración para el/la docente: A cada pareja solo se le presenta la guarda que eligió en el problema 1. Esa guarda estará pegada en una tira más larga que la guarda, para que posteriormente la completen.

¿Qué desafío se plantea a los estudiantes?

Determinar el patrón/motivo que se repite en la guarda elegida. Ello implica reconocer el orden en que se repiten las figuras³³ - atendiendo a su forma y color - y la manera en que están ubicadas (posición relativa).

¿Cómo orienta el/la docente a los estudiantes?

En el momento de presentación de la situación problemática, promueve el recuerdo de qué son las guardas y aclara el significado de algunos términos - como orden, motivo, repetir - que pueden dificultar la comprensión del enunciado.

³³ La figura verde se repite dos veces en el patrón.

Mientras trabajan por parejas, interviene para que los estudiantes:

- Analicen el orden de las figuras en la serie: *¿Qué figura se ha colocado primero? ¿Y luego? ¿Cuándo vuelven a aparecer esas figuras en el mismo orden?*
- Analicen la posición de cada figura en la serie: *¿Cómo está ubicada la primera figura de la guarda? ¿Y esta otra (señalando otra distinta)?*
- Reflexionen sobre la secuencia, mientras la están proponiendo: *Si repiten las figuras en ese orden, ¿logran una guarda igual a la del modelo? ¿Por qué?*

Luego del momento de confrontación de las soluciones propuestas, cada estudiante registra en su cuaderno el motivo que se repite en la guarda elegida. Ese registro podrá ser mediante dibujos y/o palabras. El momento de confrontación y el registro se desarrolla en otro encuentro del taller.

Actividad para aplicar las respuestas a los problemas 1 y 2 – Por parejas (un encuentro del taller)

Continúen la guarda hasta completar toda la tira. Para hacerlo, pinten, recorten y peguen las figuras que necesiten.

Tengan en cuenta cuál es el motivo de su guarda.

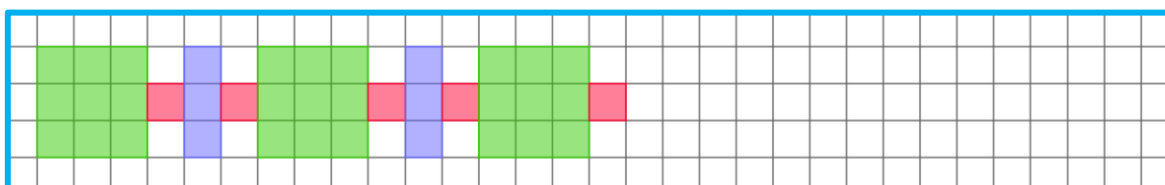
Aclaración para el/la docente: Se presenta en una fotocopia el dibujo, sin pintar, de las figuras correspondientes a la guarda elegida por cada pareja. La cantidad de figuras de cada clase tiene que ser mayor a la necesaria para completar la tira, a fin de no sugerir con el recurso cuál es la cantidad correcta.

Problema 3 – Individual (un encuentro del taller)

Las guardas se pueden construir recortando y pegando figuras geométricas.

Otra forma de construir guardas es pintando de colores algunos cuadraditos de un papel cuadriculado.

Aquí se muestra el inicio de una guarda:



Continúa la guarda a lo largo de todo el papel cuadriculado.

Aclaración para el/la docente: Es recomendable no usar el papel cuadriculado comercial, sino uno en el cual los cuadrados sean de 1cm por 1 cm.

¿Qué desafío se plantea a los estudiantes?

Determinar el patrón/motivo que se repite en la guarda. Ello implica reconocer la cantidad de cuadraditos que compone cada figura, el orden en se repiten las figuras y los colores.

Cierre – Por grupos (uno o dos encuentros del taller)

Diseñen y construyan guardas para los marcos que tendrán sus dibujos. Para ello, acuerden:

- ♦ Materiales a usar. Pueden ser distintas figuras geométricas recortadas de los moldes que presenta el/la docente o papel cuadriculado y colores.
- ♦ Motivo de la guarda.

Banderines en carteles y guirnaldas

Grado: Segundo

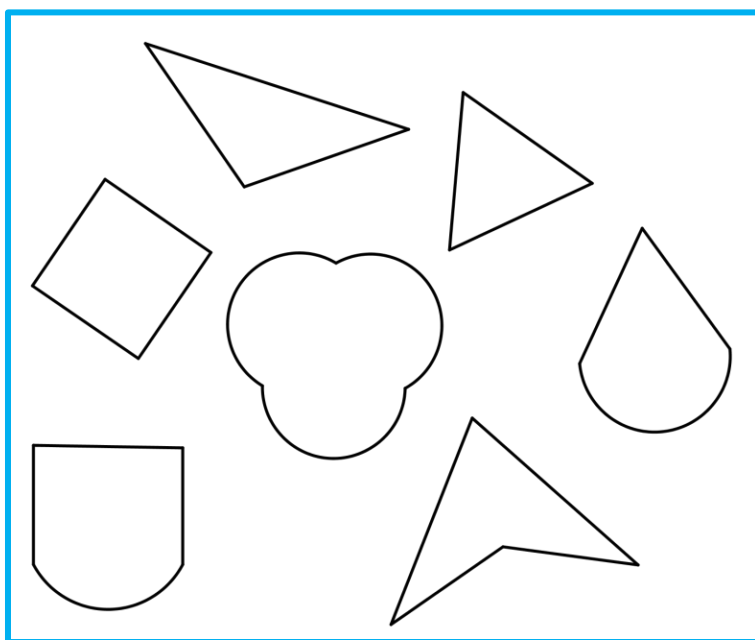
Aprendizajes y contenidos: Reconocimiento de las **características de figuras planas** –como presencia de bordes curvos o rectos y, si son rectos, número de lados o vértices- a **partir de la construcción**.

Acciones involucradas: Observar, comparar, clasificar.

Desarrollo de las actividades

Problema 1 – Por parejas (dos encuentros del taller)⁴

Lucía y Matías quieren armar dos carteles para mostrar todos los banderines que venden. Los banderines tienen estas formas:



⁴ Los tiempos mencionados para el desarrollo de cada problema y actividad son siempre estimativos.

Los amigos quieren armar dos carteles. Miran con atención el borde de los banderines. Colocarán todos los banderines que tienen borde parecido en el mismo cartel. ¿Qué banderines podrían colocar en cada cartel?

Cada cartel llevará un título, para que los clientes sepan en qué se parecen esos banderines. ¿Qué título podrían escribir?

Aclaración para el/la docente: Los banderines se presentan recortados, todos realizados con el mismo material y del mismo color. Además, se entregan dos hojas o cartulinas blancas para que los estudiantes armen los carteles pegando en ellos las figuras que se parecen y colocando el título correspondiente.

¿Qué desafío se plantea a los estudiantes?

Buscar un criterio pertinente para poder clasificar los banderines en dos grupos.

¿Cómo orienta el/la docente a los estudiantes?

Primero lee en voz alta el enunciado de la situación problemática, aclarando el significado de palabras que pueden obstaculizar la comprensión, como por ejemplo, banderines, borde, parecido. Interroga a los estudiantes sobre el significado de la frase “Miran con atención el borde de los banderines”, pues allí se indica en qué elemento de los banderines centrar la observación.

Luego, en el momento de trabajo por parejas, interviene para promover que los estudiantes:

- Recuerden el propósito que orienta la observación (buscar los banderines que tienen borde parecido): *¿Para qué están mirando con atención los banderines?*
- Expliciten la característica de los banderines sobre la cual están centrando la atención (y acuerden con su compañero qué mirar): *¿Cómo es el borde de este banderín? ¿Y de este otro?*
- Consideren las condiciones de la clasificación: *¿Cuántos carteles van a armar? ¿Pueden quedar banderines sin pegar en los carteles? ¿Por qué?*
- Recuerden la intencionalidad del título: *¿Para qué quieren colocar un título al cartel? ¿Qué información debe brindar el título?*

Es importante que mediante sus intervenciones el/la docente no sugiera qué criterio usar para realizar la clasificación.

Momento de confrontación 1 – Entre todos

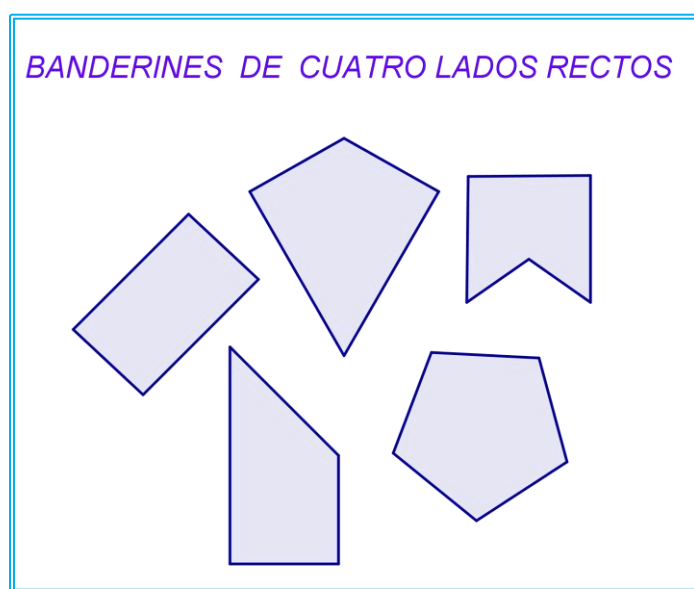
Las parejas muestran cómo agruparon los banderines y explican por qué lo hicieron de esa manera (- *¿Qué miraron de los banderines para poner todos estos en el mismo cartel?; ¿En qué se parecen los banderines de este cartel? ; ¿Por qué colocaron este título al cartel?*). Se promueve la participación de los otros estudiantes en la validación de las soluciones propuestas. Entre todos

analizan y comparan las distintas formas de clasificación, en función de distintas características de las figuras: presencia de bordes curvos o cantidad de lados⁵.

Finalmente, el/la docente propone la elaboración de una lista con todas las maneras de agrupar (clasificar) que encontraron los estudiantes.

Problema 2 – Por parejas o tríos (uno o dos encuentros del taller)

Matías armó este cartel con los nuevos banderines que recibió:



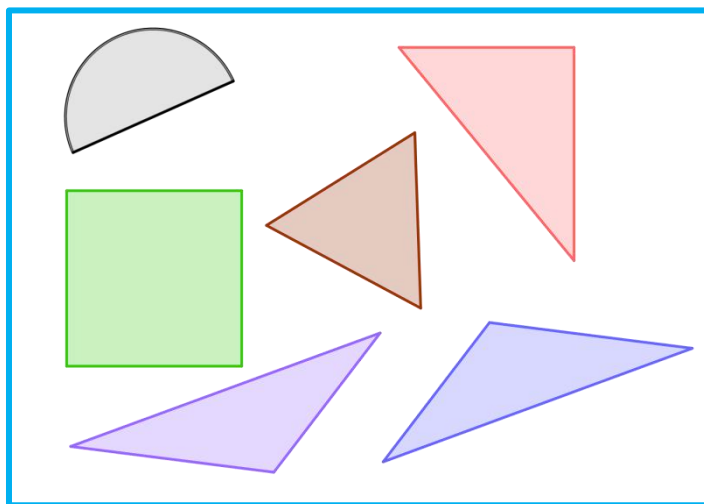
a. Lucía le dice a Matías: - Hay dos banderines que no corresponden a ese grupo.

¿Es correcto lo que dice Lucía? ¿Por qué?

b. Matías dice: - Con las figuras de este sobre, armemos otros banderines para colocar en este cartel.

⁵ Si bien se denomina lado a cada uno de los segmentos que forman o limitan un polígono, no resulta incorrecto que los estudiantes del primer ciclo usen la expresión “lado curvo” para figuras que no son polígonos.

Figuras que contiene el sobre



Los amigos eligen dos figuras y las unen por un lado, para armar nuevos “banderines de cuatro lados rectos”. ¿Qué figuras pueden elegir? ¿Qué banderines forman?

Aclaración para el/la docente: Las figuras del sobre se presentan recortadas, realizadas con el mismo material y de distintos colores. Es necesario que las figuras se construyan con estas medidas:

- ♦ Cuadrado de 6 cm de lado.
- ♦ Triángulo equilátero de 6 cm de lado.
- ♦ Triángulo rectángulo con un lado de 6 cm.
- ♦ Dos triángulos con un ángulo de 120° y los lados que forman ese ángulo de 6 y 7 cm, respectivamente.
- ♦ Semicircunferencia de 3 cm de radio.

¿Qué desafíos se plantean a los estudiantes?

- a. Comprobar que todos los elementos del conjunto (banderines) cumplen con el criterio que ha explicitado Matías en el título del cartel.
- b. Construir nuevas figuras, a partir de la unión de otras dos, que cumplan con un criterio determinado – el expresado en el título del cartel.

¿Cómo orienta el/la docente a los estudiantes?

Durante la resolución del problema, el/la docente interviene para que los estudiantes:

- Tengan presente la característica que deben reunir todos los banderines del cartel: *¿En qué se tienen que parecer todos estos banderines? ¿Dónde se indica ello?*
- Expliquen a sus compañeros de equipo lo que están observando (tanto en los banderines dados como en los armados por ellos): *¿Por qué decís que este banderín es de este grupo? ¿En qué te fijaste?*

- Seleccionen qué características observar en las figuras del sobre: *¿Cómo es esta figura? ¿Cómo es su borde?*
- Exploren cómo unir dos figuras del sobre: *Si eligen estas dos figuras, ¿cómo las pueden unir? ¿Es la única manera? ¿Por qué?*

Momento de confrontación 2 – Entre todos

En esta instancia es fundamental que los estudiantes expliciten qué observaron en los banderines para saber si pertenecían o no al grupo dado. También que analicen si los banderines contruidos por los otros grupos reúnen las características necesarias para formar parte del cartel, es decir, si tienen lados rectos y si esos lados son cuatro. Si bien en el enunciado del problema no se solicita armar todos los banderines posibles usando dos de las figuras dadas, al comparar los banderines contruidos por cada equipo, se puede analizar si hay otros posibles, hasta agotar todas las posibilidades⁶.

Cierre – Por grupos (dos encuentros del taller)

Construyan, con papel, ocho banderines distintos para formar una guirnalda⁷. Todos los banderines de la guirnalda tendrán que tener una o dos características comunes.

Es importante que antes de empezar con la construcción, acuerden qué características comunes tendrán sus banderines.

PROPUESTAS PARA EL TALLER DEL SEGUNDO CICLO

Memo test numérico

Grado: Tercero

Aprendizajes y contenidos: Uso progresivo de resultados de **cálculos memorizados** (suma de “redondos” iguales de tres cifras; sumas de números “redondos”).

Acciones involucradas: Observar, operar, experimentar, identificar.

⁶ En total son 5 posibilidades.

⁷ Las guirnaldas podrán ser empleadas para decorar el aula u otro espacio de la escuela, con motivo de algún evento especial.

Desarrollo de las actividades

Juego inicial - Por grupos de 3 (uno o dos encuentros del taller)⁸

Nombre del juego: Memo 20

Materiales necesarios:

- Un mazo de cartas como el siguiente:

10	20	30	40	50	60	70	80	90
110	120	130	140	150	160	170	180	190

- Lápiz y papel.

Reglas de juego:

- Se mezclan las cartas y se acomodan boca abajo, formando dos filas.
- Cada jugador, por turno, da vuelta dos cartas. Si las dos cartas suman 200, se las lleva. En caso contrario, vuelve a colocar las dos cartas boca abajo, en el mismo lugar.
- Gana el jugador que se queda con más cartas.

Luego de jugar dos o tres veces a *Memo 200*, armen un listado de todos los pares de cartas que suman 200. (Al escribir el listado, coloquen el signo + entre las cartas que se suman.)

Problema 1 - Por parejas (un encuentro del taller)

El creador del juego *Memo 200* contó:

- Fue fácil buscar pares de números terminados en cero que suman 200. Para eso, usé este cálculo:
 $100 + 100 = 200$.

¿Cómo se puede obtener cada pareja del listado⁹ a partir del cálculo $100 + 100 = 200$?

⁸ Los tiempos mencionados para el desarrollo de cada problema y actividad son siempre estimativos.

⁹ El listado es el que los estudiantes elaboraron luego de jugar dos o tres veces al *Memo 200*.

¿Qué desafíos se plantea a los estudiantes?

Comparar ambos sumandos de cada suma con los sumandos del cálculo de referencia, para determinar cómo cambian.

¿Cómo orienta el/la docente a los estudiantes?

En el momento de planteamiento del problema, solicita recordar el significado de algunos términos – como par/es, cálculo, suman- incluidos en un diccionario de palabras “matemáticas” que se ha elaborado entre todos. Además, pregunta a los estudiantes:

- *¿Por qué el juego se llama Memo 200?*
- *¿Cuáles son los datos que tienen?* - para que recuperen como dato el listado de sumas registrado en el encuentro anterior.
- *¿Qué se pide en la pregunta?*

Momento de confrontación 1 – Entre todos

Cada pareja selecciona una suma del listado y explica cómo obtener esa suma a partir del cálculo $100 + 100 = 200$. Se promueve la participación de todos en la escritura matemática -en el pizarrón- de lo explicado por cada pareja y en la comparación de las soluciones propuestas. El/la docente destaca esta estrategia, recuperando lo registrado: - *Para encontrar este par de números (140 y 60, por ejemplo) al primer 100 del cálculo dado le sumó ... (40), y al segundo 100, le restó ... (40).*

Problema 2 – Por parejas (un encuentro del taller)

Ustedes quieren armar las cartas del juego *Memo 400*. Primero escriben una suma de “cienes”¹⁰ que da 400. Después, usan ese cálculo para buscar pares de números terminados en cero que suman 400.

- ¿Qué suma de dos “cienes” escriben?
- ¿Qué pares de números que suman 400 encuentran? Mencionen cinco o seis.
- ¿Qué estrategia usaron para encontrar esos pares de números?

¿Qué desafíos se plantean a los estudiantes?

- Recordar o buscar una suma de “cienes” que dé 400.
- Determinar cómo modificar uno de los sumandos, luego de haber modificado el otro, para que el resultado no se modifique, permanezca invariante (sea siempre 400).
- Identificar lo común entre las acciones realizadas para encontrar los diferentes pares de números que suman 400.

¹⁰ Se llama “cienes” a los números de tres cifras terminados en dos ceros.

¿Cómo orienta el/la docente a los estudiantes?

Luego de cerciorarse que todos los estudiantes comprenden el enunciado del problema, el/la docente interviene mediante preguntas para que los integrantes de las parejas:

- Anticipen cómo pueden modificar los sumandos a partir de la suma de “cienes” propuesta por ellos: Ustedes escribieron $300 + 100$ (por ejemplo). *¿Por qué número cambiarían el 300? Si hacen ese cambio, ¿por qué número cambiarían al 100?*
- Analicen si con los cambios propuestos, el resultado se mantiene invariante: *Al hacer esos cambios, ¿cambia el resultado? ¿Cómo se dieron cuenta?*
- Busquen otras maneras de modificar los sumandos, a partir de lo ya realizado: *¿Qué hicieron para buscar este par de números que suman 400? ¿Cómo podrían usar esa idea para buscar otros pares?*
- Verbalicen las acciones realizadas, para identificar lo que tienen en común: *¿Qué hicieron para buscar este par de números que suman 400? ¿Y este otro? ¿En qué se parecen esas formas de búsqueda de pares de números? ¿Y qué tienen de diferente?*

Momento de confrontación 2 – Entre todos

En esta instancia, primero presentan y explican los procedimientos de resolución las parejas que parten del cálculo $200 + 200 = 400$ (suma de “redondos” iguales) y luego, las que parten de la suma $300 + 100 = 400$ o $100 + 300 = 400$. El/la docente genera preguntas a todos los estudiantes para que analicen las respuestas de sus compañeros y encuentren semejanzas y diferencias entre ellas. Finalmente, el/la docente selecciona algunos cálculos obtenidos como respuesta a la pregunta b. del problema 2 para destacar las estrategias usadas en cada caso.

Cierre – Por grupos (uno o dos encuentros del taller)

A cada grupo se le entrega un cálculo de “cienes”, como por ejemplo $100 + 200$; $200 + 300$; ... $800 + 100$ y se les plantea:

- a. Armen un listado de pares de números terminados en cero que tengan el mismo resultado que la suma dada.
- b. Elaboren un cartel con ese listado. Escriban en ese cartel cómo obtener otro par de números a partir de la suma dada.

Figuras iguales pegadas

Grado: Cuarto

Aprendizajes y contenidos: Reconocimiento y uso de la **multiplicación para resolver problemas, especialmente aquellos que contemplen relaciones de proporcionalidad** donde las cantidades que se vinculan están representadas por números naturales.

Acciones involucradas: Observar, comparar, experimentar, identificar, operar.

Desarrollo de las actividades

A continuación, se presentan las actividades propuestas en el taller *Figuras iguales pegadas*. Es importante destacar la necesidad de organizar, luego de la resolución de cada problema, un momento de confrontación de resultados, de procedimientos y de argumentos empleados, tomando como referencia lo expresado en el documento *Abordaje y resolución de situaciones problemáticas: Desarrollo de la capacidad abordaje y resolución de situaciones problemáticas en Matemática* (2017) (pp.11-12; 19)

Juego inicial - Por grupos de 3 (uno o dos encuentros del taller)¹¹

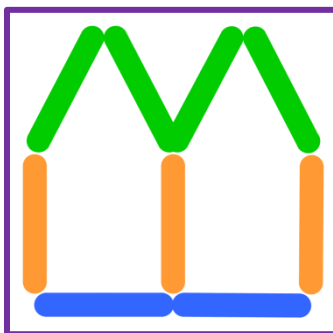
Nombre del juego: Casitas pegadas

Materiales necesarios:

- 30 palitos de helados de colores (lo ideal es que haya variedad de colores).
- Un mazo de cartas como el siguiente:

4	4	4	5	6	7	8	8	8
9	10	11	12	12	12	13	14	15

- Una tarjeta con esta imagen, realizada con palitos de helado.



- Lápiz y papel.

Reglas de juego:

- a. Se colocan, en el centro de la mesa, el mazo de cartas mezcladas, boca abajo, y la tarjeta con la imagen. Los palitos de helado se ponen a un costado, formando el pozo.
- b. Cada jugador, por turno, extrae una carta del mazo, la mira y piensa si con esa cantidad de palitos podrá agregar otra/s casa/s pegada/s a las anteriores por un lado naranja, sin que falte ni

¹¹ Los tiempos mencionados para el desarrollo de cada problema y actividad son siempre estimativos.

sobre ningún palito. Si piensa que podrá hacerlo, dice “casita” mientras muestra la carta al resto de los compañeros. Si piensa que no podrá hacerlo, dice “sin casita” y también muestra la carta.

d. Quien está sentado a la derecha del jugador que muestra la carta, comprueba si lo que dice su compañero es correcto, usando para ello los palitos de helado del pozo. Si es correcto, el jugador que tiene la carta obtiene 2 puntos. Además, obtiene 1 punto extra si con la cantidad de su carta se logró formar casita/s completa/s, sin que sobren palitos¹².

e. Una vez que el jugador de la derecha ha comprobado la respuesta de su compañero, devuelve los palitos de helado al pozo.

f. Durante el juego, cada jugador registra la carta extraída, lo dicho y el puntaje obtenido.

g. El juego termina cuando se han dado vuelta todas las cartas del mazo.

h. Gana el jugador que obtuvo más puntos en total.

Aclaración para el/la docente: Para organizar el registro de los estudiantes, se puede brindar una tabla semejante a esta:

Carta extraída	Lo dicho	Puntaje obtenido

Aclaración para el/la docente: Es conveniente entregar a cada estudiante una copia del instructivo del juego, para que puedan recurrir a él todas las veces que lo necesiten, durante el desarrollo de todas las actividades del taller *Figuras pegadas iguales*.

Durante la presentación del juego es fundamental promover la observación de la tarjeta inicial, pues mediante ella se informa que las casitas son iguales y que dos casitas consecutivas comparten un elemento (palito naranja). Son los estudiantes quienes deben encontrar esa información en la imagen, sin que el/la docente se lo sugiera o indique explícitamente.

Luego de jugar dos o tres veces a *Casitas pegadas*, respondan esta pregunta: ¿Cuáles son las cartas que permiten obtener 3 puntos?

Para dar respuesta a este interrogante, los estudiantes tendrán que observar y comparar sus registros.

Problema 1 - Por grupos de 3 (los conformados para el juego inicial) (un encuentro del taller)

Se quieren agregar tres cartas al mazo del juego *Casitas pegadas*. Esas cartas deben:

- tener un número entre 15 y 30;
- permitir que el jugador obtenga 3 puntos.

¿Qué cartas agregarían?

¹² Así, si con la carta se logra formar una, dos o tres casitas pegadas más, el puntaje máximo que puede obtener el jugador son 3 puntos.

Ayuda: Para resolver este problema revisen sus registros de juego y la respuesta a la pregunta final del encuentro anterior (¿Cuáles son las cartas que permiten obtener 3 puntos?).

¿Qué desafío se plantea a los estudiantes?

Determinar tres números que reúnan las características solicitadas. Ello implica:

- identificar qué tienen en común las cartas que les permitieron obtener 3 puntos en el desarrollo del juego;
- experimentar si las cartas que proponen agregar (cambio introducido en los materiales del juego) permiten obtener 3 puntos.

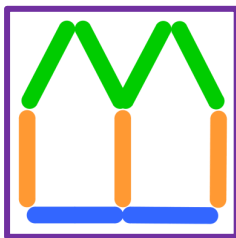
¿Cómo orienta el/la docente a los estudiantes?

Durante el momento de resolución por grupos, el docente interviene para que los estudiantes:

- Comparen los números escritos como respuesta a la pregunta del encuentro anterior: *Estos números son distintos pero todos permiten obtener 3 puntos. ¿Por qué permiten obtener 3 puntos? ¿Es posible llegar a dos de esos números a partir del otro? ¿Por qué?*
- Expliquen lo que tuvieron en cuenta para elegir el número a incluir en la nueva carta: *¿Cómo se dieron cuenta que podían poner este número? ¿Qué información les brindaron las cartas presentadas en el juego?*
- Busquen una manera de comprobar que el número elegido para la nueva carta es adecuado: *¿Qué harían para estar seguros que esta carta permite obtener 3 puntos? Si necesitan, pueden usar los materiales del juego Casitas pegadas.*

Problema 2 – (un encuentro del taller)

Esta es la imagen de la tarjeta:



Con las siguientes cartas se pueden formar casitas pegadas sin que falten ni sobren palitos de helado.

12	20	8	28	16	24	4
----	----	---	----	----	----	---

¿Qué cálculo permite averiguar rápidamente cuántas casitas se agregarán?

¿Qué desafíos se plantean a los estudiantes?

Determinar el operador ($:$ 4) que permite relacionar la cantidad de palitos con la cantidad de casitas agregadas.

Identificar si el operador encontrado es igual para todos los casos analizados.

¿Cómo orienta el/la docente a los estudiantes?

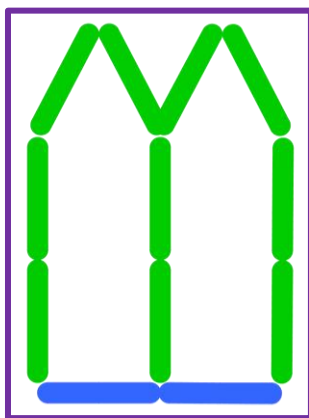
Antes de la presentación del problema, el/la docente promueve el recuerdo de las reglas del juego *Casitas pegadas*.

Mientras trabajan por grupos, interviene para que los estudiantes:

- Observen y registren la cantidad de casitas pegadas que se agregan según el número de cada carta: *¿Cuántas casitas pegadas se agregan con el número... (12, por ejemplo)? ¿Y con esta otra? ¿Cómo anotarían lo que van observando?*
- Relacionen, mediante una cuenta, el número de cada carta con la cantidad de casitas pegadas agregadas: *¿Cómo pueden obtener esta cantidad... (3, por ejemplo) a partir del número... (12)? ¿Y en este caso?*
- Comparen las cuentas propuestas: *¿Qué tienen de parecido estas dos cuentas? ¿Y estas otras dos? Lo que tienen de parecido estas dos cuentas, ¿lo encuentran en cuenta?*

Problema 3 – Por parejas (uno o dos encuentros del taller)

En el juego *Casitas pegadas* se cambia la tarjeta por esta:



- Las cartas que permiten obtener 3 puntos, ¿son las mismas que para la tarjeta inicial? ¿Por qué? En caso de que sean otras cartas, indica cuáles son.
- ¿Qué tienen en común esas cartas?

¿Qué desafío se plantean a los estudiantes?

a. Determinar los cambios que produce en el juego la modificación de la imagen de la tarjeta.

b. Identificar la característica que tienen en común las cartas que permiten obtener 3 puntos en este juego.

Cierre – Por grupos (dos o tres encuentros del taller)

Diseñen otra imagen inicial que se pueda armar con menos de 12 palitos de helado. Tengan en cuenta que en esa imagen debe haber dos figuras iguales pegadas.

Armen un mazo de 12 cartas, con números entre 20 y 50. Ese mazo debe tener cuatro cartas con distintos números que permitan obtener 3 puntos y otras cartas que solo permitan obtener 2 puntos.

PROPUESTAS PARA EL LABORATORIO DEL TERCER CICLO

Cubrimiento de superficies planas

Grado: Quinto y sexto

Aprendizajes y contenidos:

Uso de **propiedades de suma de ángulos interiores de triángulos y de cuadriláteros convexos**.

Exploración de la **propiedad de la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono convexo**.

Acciones involucradas: Experimentar, argumentar, particularizar.

Desarrollo de las actividades

A continuación se presentan las actividades propuestas en el laboratorio *Cubrimiento de superficies planas*. Es importante destacar la necesidad de organizar, luego de la resolución de cada problema, un momento de confrontación de resultados, de procedimientos y de argumentos empleados, tomando como referencia lo expresado en el documento *Abordaje y resolución de situaciones problemáticas: Desarrollo de la capacidad abordaje y resolución de situaciones problemáticas en Matemática* (2017) (pp.11-12; 19)

Situación que enmarca las actividades del laboratorio

Para cubrir pisos y paredes planas se usan baldosas, mosaicos o azulejos de forma cuadrada. ¿Será posible cubrir esas superficies planas con baldosas, mosaicos o azulejos que sean polígonos regulares con otra cantidad de lados? ¿Por qué?

Actividad inicial – Por grupos (uno o dos encuentros de laboratorio)¹³

Busquen y registren información sobre los polígonos regulares. Estas preguntas los orientarán en la búsqueda de la información:

- ¿Qué son los polígonos regulares?
- ¿Cómo se llaman los polígonos regulares 3, 4, 5, 6, 8 y 12 lados¹⁴?
- ¿Cómo se puede determinar la amplitud de los ángulos de esos polígonos regulares?

¹³ Los tiempos mencionados para el desarrollo de cada problema y actividad son siempre estimativos.

¹⁴ A los estudiantes de quinto grado se les puede solicitar solo buscar información sobre los polígonos regulares de 3, 4 y 5 lados.

Aclaración para el/la docente: La última pregunta se puede constituir en un problema si los estudiantes no conocen la propiedad de suma de ángulos interiores de cuadriláteros convexos y/o de otros polígonos convexos. Por eso, pueden plantear a los estudiantes que exploren distintas maneras de descomponer en triángulos los polígonos regulares de 4, 5, 6, 8 y 12 lados para determinar el valor de la suma de sus ángulos interiores. Con esa información y sabiendo que cada polígono regular tiene todos sus ángulos interiores de igual medida, los estudiantes podrán buscar la respuesta a la última pregunta.

Problema 1 – Por grupos de 3 o 4 (dos o tres encuentros de laboratorio)

Se quiere cubrir una pared plana con azulejos que sean polígonos regulares de una sola clase y tamaño. Es necesario tener en cuenta que no se puede:

- dejar espacio de la pared sin cubrir;
- superponer los azulejos.

a. ¿Qué polígonos regulares se pueden seleccionar? (Den todas las posibilidades) ¿Cómo los ubicarían?

b. ¿Por qué solo se pueden elegir esas clases de polígonos regulares?

Aclaración para el/la docente: Se pueden entregar fotocopias con el dibujo, sin pintar, de polígonos regulares de 3, 5, 6, 8 y 12 lados o moldes de dichas figuras para que los estudiantes recorten de diarios o revistas la cantidad y clase de polígonos que necesiten.

Si los estudiantes han trabajado previamente con el programa GeoGebra, podrán emplearlo en la resolución de este problema.

¿Qué desafíos se plantea a los estudiantes?

a. Determinar los polígonos regulares que permiten realizar el cubrimiento completo de una superficie plana. Para ello tendrán que experimentar distintas formas de ubicar, en el plano, polígonos regulares de una sola clase.

b. Elaborar argumentos para justificar que los únicos cubrimientos posibles son los que ellos han encontrado.

Aclaración para el/la docente: En el espacio curricular de Educación Digital, Programación y Robótica, los estudiantes podrán crear secuencias de programación para realizar los cubrimientos que han encontrado como solución al problema 1.

Problema 2 – Por grupos de 3 o 4 (dos o tres encuentros de laboratorio)

Ahora se quiere cubrir un piso plano con mosaicos de dos clases. Esos mosaicos pueden ser polígonos regulares de 3, 4, 5 o 6 lados.

Es importante tener en cuenta que no se puede:

- dejar espacio de la pared sin cubrir;
- superponer los azulejos.

¿Qué polígonos regulares se pueden combinar? (Den todas las posibilidades) ¿Cómo los ubicarían?

¿Qué desafío se plantea a los estudiantes?

a. Determinar los polígonos regulares que se pueden combinar para realizar el cubrimiento completo de una superficie plana. Para ello tendrán que experimentar distintas formas seleccionar y ubicar, en el plano, polígonos regulares de dos clases.

Problema 3 - Por grupos de 3 (uno o dos encuentros de laboratorio)

En una página de internet se lee:

Solo hay ocho cubrimientos posibles que se realizan usando polígonos regulares de dos clases.

¿Es verdad lo que se expresa en esa página de internet? ¿Por qué?

¿Qué desafío se plantea a los estudiantes?

Analizar casos particulares para determinar la verdad o falsedad de lo que se afirma en una página de internet. Ello demandará que observen los cubrimientos propuestos en el problema anterior y que busquen si es posible realizar otros cubrimientos usando los polígonos regulares estudiados en la actividad inicial.

Finalmente se retoma la situación que enmarca las actividades del laboratorio para responder las preguntas allí formuladas.

Para ampliar las actividades aquí propuestas, puede consultar *Matemáticas experimentales: el arte del embaldosado*, accediendo a ese link: <https://www.experiencingmaths.org/es/pavimentar-un-suelo/>

BIBLIOGRAFÍA

- Alsina, C. y otros. (1998). *Enseñar matemáticas* (2ª ed). Barcelona: Graó
- Álvarez Alfonso I. y otros (2014). Actividades Matemáticas: Conjeturar y Argumentar. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas* (85). Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/3681/2/A%CC%81lvarez2014ActividadesNumeros85.pdf>
- Chemello, G. (coord.), Hanfling, M. y Machiunas, V. (2001). *El juego como recurso para aprender. Juegos en Matemática EGB 2* (Material para docentes). Buenos Aires: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación.
- Chemello, G. (coord.); Agrasar, M. y Chara, S. (2001). *El juego como recurso para aprender. Juegos en Matemática EGB 1* (Material para docentes). Buenos Aires: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación.
- De Guzmán, M. (1992). *Tendencias innovadoras en Educación Matemática*. Buenos Aires: Olimpiada Matemática Argentina.
- Gobierno de Córdoba, Ministerio de Educación. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa (2017). *Abordaje y resolución de situaciones problemáticas: Desarrollo de la capacidad abordaje y resolución de situaciones problemáticas en Matemática*. Documento de Acompañamiento N° 13, Fascículo B, Programa Nacional Nuestra Escuela. Córdoba, Argentina: Autor.
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. Subsecretaría de Educación Básica. Unidad de Recursos Didácticos (2001). *Matemática. Para seguir aprendiendo. Material para alumnos. EGB1*. Buenos Aires: Formacolor Impresores S.R.L.
- Pérez Gómez, R. (1997). “¡Abajo Euclides! ¡Atrevidos!”. Olimpiada Matemática Argentina. XX Jornadas de resolución de problemas. [Seminario]. San Carlos de Bariloche. 17 al 21 de noviembre de 1997.
- Piermattei C. Gotelli S. (2004). *Artemática. El arte como recurso didáctico en el aprendizaje matemático*. Buenos Aires: Dunken.
- Torregrosa G. y Callejo M. L. (2011). Procesos matemáticos en la educación secundaria. En: Goñi, J. M. (coord.). *MATEMÁTICAS: Complementos de formación disciplinar* (1ª ed). Barcelona: Editorial Graó/Ministerio de Educación.

FUENTES DE IMÁGENES:

https://http2.mlstatic.com/D_NQ_NP_834554-MLA48037977772_102021-O.webp
<https://libreriaslevalle.com/articulos/3487-bolsa-regalo-guarda-pampa-45x15x48cm-romi-pack.html>
<https://companiadepisos.com.ar/producto/1105/>

AUTORA

Laura Susana Vélez

Intendente

Dr. Martín Llaryora

Viceintendente

Dr. Daniel Passerini

Secretario de Educación

Dr. Horacio Ferreyra

Subsecretaría de Coordinación Educativa

Prof. María José Viola

Dirección de Gestión Educativa

Lic. Luis Franchi

Dirección de Parques Educativos

Lic. Eugenia Rotondi

Dirección General de Programas Educativos
y Relaciones Territoriales

Lic. Pablo Rodríguez Colantonio

Dirección de Aprendizaje y Desarrollo Profesional

Dra. Alicia Olmos

Dirección de Fortalecimiento Socioeducativo

Lic.. Alicia La Terza

Dirección General de Gestión y Administración de Recursos

Lic. Marcelo Nacif

Dirección de Infraestructura y Equipamiento

Arq. María Belén Girolidi